高中數學銜接教材（高一新生作業）

第一單元　指數

A. 基本性質：

1. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots\cdots a}_{n個}$，其中 a 稱為底數，n 稱為指數。【例】：$5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4個5連乘}$

2. 常用公式：

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$　　【例】：$5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$　　【例】：$(5^2)^3 = 5^{2\cdot 3} = 5^6$

(3) $(ab)^n = a^n b^n$

(4) $a^0 = 1, (a \neq 0)$ ；$\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}, (a \neq 0)$

(5) $a^m \div a^n = \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$　【例】：$5^4 \div 5^2 = \dfrac{5^4}{5^2} = \dfrac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5^2$

【例】：$5^3 \div 5^5 = \dfrac{5^3}{5^5} = \dfrac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \dfrac{1}{5^2} = 5^{-2}$

(6) $(\dfrac{a}{b})^n = \dfrac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$

(7) $a^m = a^n \Leftrightarrow m = n, (a \neq 0, \pm 1)$

B. 範例：

【例 1】

化簡下列各式：

(1) $a \cdot (-2a)^3 \cdot (-a^2)^2 \cdot (-a)^4$ ＝

(2) $3a \cdot (-2ab)^3 \cdot (-ab^2)^2$ ＝

(3) $\dfrac{a^2 \cdot (ab^2)^3}{(a^2 b)^2 \cdot b}$ ＝

(4) $\dfrac{a^3 \cdot (b^2)^2}{(a^2)^3 \cdot b^2}$ ＝

（答）：(1) $-8a^{12}$　(2) $-24a^6 b^7$　(3) ab^3　(4) $\dfrac{b^2}{a^3}$

【類題】

化簡下列各式：

(1) $a^3 \cdot (a^2)^3 \div (-a)^4$　　(2) $(2ab)^3 \cdot (-3a^2 b)^2 \div (a^4 b^3)$　　(3) $(a^2 b)^3 \div (ab^3)^2$

（答）：(1) a^5　(2) $72a^3b^2$　(3) $\dfrac{a^4}{b^3}$

【例 2】

(1) 設 $2^{2x}=3$，試求 2^{6x+3} 之值。

(2) 設 $2^x-3=13, 3^y-5=22$，試求 $(2x+y)(2x-y)$ 之值。

（答）：(1) 216　(2) 55

【類題】

(1) 設 $3^x=18$，試求 3^{2x-3} 之值。

(2) 設 $2^{x+y}=4, 2^{x-y}=1$，試求 x, y 之值。

（答）：(1) 12　(2) $x=1, y=1$

C. 綜合練習：

1. 求下列各式的乘積：

(1) $(-2a)^3\cdot(2a^4)=$

(2) $(2a^2b^3c^4)^2\cdot(-a^3b^2c)$ $=$

(3) $\left[(-3a^2)\cdot(a^4b^3)\right]^2=$

(4) $12a^2b\cdot(-4a^2)\cdot(-\dfrac{1}{3}b)^2$ $=$

(5) $(\dfrac{15}{4}ab^2c)^2\cdot(-\dfrac{2}{3}a^2bc)^3=$

2. 化簡下列各式：

(1) $a^3b^4\cdot(-a^2b)^2\div(-a^4b^3)=$

(2) $(a^2b^3)^3\cdot(a^3)^2\div(-ab^2)^4=$

(3) $(-2ab)^3\cdot(3a^2b)^2\div(-4a^3b)$ $=$

(4) $(\dfrac{2}{3}ab^2c)^2\cdot(-3a^2b)^3\div(-12a^4bc)=$

3. 設$3^{2x+1}=6$，試求3^{2x}與3^{4x-2}之值。

4. 設$2^{2x+y}=8, 3^{2x-y}=243, 4^{2z}=1$，試求$x, y, z$之值。

（答）：1. (1) $-16a^7$ (2) $-4a^7b^8c^9$ (3) $9a^{12}b^6$ (4) $-\frac{16}{3}a^4b^3$ (5) $-\frac{25}{6}a^8b^7c^5$

2. (1) $-a^3b^3$ (2) a^8b (3) $18a^4b^4$ (4) a^4b^6c 3. $2, \frac{4}{9}$ 4. $2, -1, 0$

第二單元　乘法公式

A. 基本性質：

1. $a(b+c)=ab+ac$
2. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
3. $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$
4. $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
5. $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$
6. $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
7. $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
8. $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)=a^4+a^2b^2+b^4$
9. $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$
10. $(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)=x^n-1$
11. $(x+1)(x^{n-1}-x^{n-2}+\cdots-x+1)=x^n+1, (n\text{為奇數})$

B. 範例：

【例 1】

展開下列各式：

(1) $(2a+3)^2$ ＝

(2) $(3a-2)^2$ ＝

(3) $(2a+1)(2a-1)$ ＝

(4) $(2a+\frac{1}{3})^3$ ＝

(5) $(2a-3b)^3=$
(6) $(a+1)(a^2-a+1)-(a-1)(a^2+a+1)\ =$
(7) $(3a+2b^2)(9a^2-6ab^2+4b^4)\ =$
(8) $(a^2+2ab+4b^2)(a^2-2ab+4b^2)=$
(9) $(a-2b-c)(a^2+4b^2+c^2+2ab-2bc+ac)=$

（答）：(1) $4a^2+12a+9$ (2) $9a^2-12a+4$ (3) $4a^2-1$ (4) $8a^3+4a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{27}$
(5) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$ (6) 2 (7) $27a^3+8b^6$ (8) $a^4+4a^2b^2+16b^4$
(9) $a^3-8b^3-c^3-6abc$

【類題】
展開下列各式：
(1) $(4a+1)^2=$
(2) $(2a-5)^2\ =$
(3) $(3a+2)(3a-2)=$
(4) $(3a+\frac{1}{2})^3=$
(5) $(a-2b)^3=$
(6) $(ab+1)(a^2b^2-ab+1)\ =$
(7) $(\frac{a}{2}-\frac{b}{3})(\frac{a^2}{4}+\frac{ab}{6}+\frac{b^2}{9})\ =$

（答）：(1) $16a^2+8a+1$ (2) $4a^2-20a+25$ (3) $9a^2-4$ (4) $27a^3+\frac{27}{2}a^2+\frac{9}{4}a+\frac{1}{8}$
(5) $a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$ (6) a^3b^3+1 (7) $\frac{a^3}{8}-\frac{b^3}{27}$

【例 2】
試用乘法公式，求下列各式之值：
(1) $(30.1)^2=$
(2) $(27\frac{1}{2})^2-(22\frac{1}{2})^2\ =$
(3) $(137)^2-137\times74+(37)^2\ =$
(4) $34^2+21^2+45^2+2\times34\times21-2\times21\times45-2\times45\times34\ =$

(5) $(10+20)(10^2-10\times20+20^2)\ =$

(6) $(20-1)(20^2+20+1)\ =$

(7) $(0.99)^3$ ＝

(8) $(1.02)^3$＝

（答）：(1) 906.01 (2) 250 (3) 10000 (4) 100 (5) 9000 (6) 7999 (7) 0.970299
(8) 1.061208

【類題】

試用乘法公式，求下列各式之值：

(1) $(151\frac{1}{2})^2-2\times151\frac{1}{2}\times51\frac{1}{2}+(51\frac{1}{2})^2$ ＝

(2) $49^2+(-85)^2+36^2-2\times49\times85-2\times85\times36-2\times36\times49$ ＝

(3) $(60-2)\cdot(60^2+120+4)$ ＝

(4) $(10+3)(10^2-30+3^2)$ ＝

（答）：(1) 10000 (2) 0 (3) 215992 (4) 1027

【例 3】

(1) 設 $a+b=4, ab=3$，試求 a^2+b^2 與 a^3+b^3 之值。

(2) 設 $a+b+c=7, a^2+b^2+c^2=25$，試求 $ab+bc+ca$ 之值。

(3) 設 $a+\frac{1}{a}=2$，試求 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 與 $a^3+\frac{1}{a^3}$ 之值。

（答）：(1) 28 (2) 12 (3) 2

【類題】

(1) 設 $a-b=-5, ab=6$，試求 a^2+b^2 與 $a+b$ 之值。

(2) 設 $a^2+b^2+c^2=2, ab+bc+ca=1$，試求 $a+b+c$ 之值。

(3) 設 $a^2=6$，試求 $(a+2)(a-2)(a^2+2a+4)(a^2-2a+4)$ 之值。

(4) 設 $a+b+c=6, ab+bc+ca=11, abc=6$，試求 $a^3+b^3+c^3$ 之值。

（答）：(1) $37, \pm 7$　(2) ± 2　(3) 152　(4) 36

C. 綜合練習：

1. 試用乘法公式，展開下列各式：

(1) $(a+b)^2(a-b)^2$　(2) $(a+2)(a^2-2a+4)$　(3) $(a+b+c)(a-b+c)$

(4) $(a+2b)(a-3b)(a^2-2ab+4b^2)(a^2+3ab+9b^2)$　(5) $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$

2. 若 $204^2-196^2=(204+196)(204+x)=y$，試求 x, y 之值。

3. 若 $(a+b)^2=21, (a-b)^2=5$，試求 ab 之值。

4. 設 $a+b=7, ab=10$，試求 a^2+b^2 與 a^4+b^4 之值。

5. 設$x+\dfrac{1}{y}=5, xy+\dfrac{1}{xy}=18$，試求$y+\dfrac{1}{x}$之值。

6. 設$xy-x+y=3$，試求$(x+1)(y-1)$之值。

（答）：1. (1) $a^4-2a^2b^2+b^4$ (2) a^3+8 (3) $a^2+2ac+c^2-b^2$ (4) $a^6-19a^3b^3-216b^6$
(5) a^8-1
2. $-196, 3200$ 3. 4 4. $29, 641$ 5. 4 6. 2

第三單元　因式分解

A. 基本性質：

1. 提公因式法：(分組分解法、分項分解法)。
2. 公式法：利用乘法公式作因式分解。
3. 十字交乘法：(雙十字交乘法)。
4. 一元二次方程式根與係數關係：

設α,β為一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的兩個實根，則：(1) $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ (2) $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$。

B. 範例：

【例 1】

將下列各式因式分解：

(1) $(x+y)(x+2y)^2-(x+y)^2(x+2y)$

(2) $3a^2-6ax-5ab+10bx$

(3) $x^4-x^3+2x^2-x+1$

（答）：(1) $y(x+y)(x+2y)$　(2) $(a-2x)(3a-5b)$　(3) $(x^2-x+1)(x^2+1)$

【類題】

將下列各式因式分解：

(1) $2a^2b(x^2-xy)+4ab^2(y^2-xy)$

(2) $ab+2a-4b-8$

(3) $2x^4-4x^3+x^2+10x-15$

（答）：(1) $2ab(x-y)(ax-2by)$　(2) $(a-4)(b+2)$　(3) $(x^2-2x+3)(2x^2-5)$

【例 2】

將下列各式因式分解：

(1) $(2x-1)^2-(x+2)^2$　(2) $x^2+\frac{2}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$　(3) $a^2-b^2-c^2+2bc$

（答）：(1) $(3x+1)(x-3)$　(2) $\frac{1}{9}(3x+y)^2$　(3) $(a+b-c)(a-b+c)$

【類題】

將下列各式因式分解：

(1) $4x^2y^2-x^2+2xy-y^2$　(2) $\frac{1}{27}x^3+\frac{1}{8}y^6$　(3) x^4-81

（答）： (1) $(2xy+x-y)(2xy-x+y)$　(2) $\frac{1}{216}(2x+3y^2)(4x^2-6xy^2+9y^4)$

(3) $(x^2+9)(x+3)(x-3)$

【例 3】

將下列各式因式分解：

(1) x^4-11x^2+10

(2) $15(x-y)^2-(x-y)-2$

(3) $x^2+5xy+6y^2-3x-7y+2$

（答）：(1) $(x^2-10)(x+1)(x-1)$　(2) $(3x-3y+1)(5x-5y-2)$　(3) $(x+2y-1)(x+3y-2)$

【類題】

將下列各式因式分解：

(1) x^6-7x^3-8

(2) $(a+b)^2-5(a^2-b^2)+4(a-b)^2$

(3) $x^2-5xy+6y^2+y-1$

（答）：(1) $(x+1)(x^2-x+1)(x-2)(x^2+2x+4)$ (2) $-2b(3a-5b)$ (3) $(x-2y-1)(x-3y+1)$

【例 4】

設 α,β 為 $2x^2-3x-4=0$ 的兩根，則：

(1) $\alpha+\beta=$？

(2) $\alpha^2+\beta^2=$？

(3) $\alpha^3+\beta^3=$？

（答）：(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{25}{4}$ (3) $\frac{99}{8}$

【類題】

設 α,β 為 $x^2+ax+b=0$ 的兩根，若 $\alpha+\beta=3$ 且 $\alpha^2+\beta^2=17$，試求 a,b 之值？

（答）：$a=-3,b=-4$

C. 綜合練習：

將下列各式因式分解：

1. $(x-2)(x-1)^3-(x-2)^3(x-1)$
2. $a^2x+abx+b^2y+aby$
3. x^3+2x^2+2x+1
4. $a^2-b^2-2a+2b$
5. $(a+b)^2+4(a^2-b^2)+4(a-b)^2$
6. $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$
7. x^4-13x^2+36
8. $x^2+2xy+y^2+4x+4y+3$

9. x^4+4

10. $(x+2)(x+3)(x-4)(x-5)-44$

（答）：1. $(x-2)(x-1)(2x-3)$

2. $(a+b)(ax+by)$

3. $(x+1)(x^2+x+1)$

4. $(a-b)(a+b-2)$

5. $(3a-b)^2$

6. $(a-b)(b-c)(a-c)$

7. $(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$

8. $(x+y+1)(x+y-3)$

9. $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

10. $(x^2-2x-4)(x^2-2x-19)$

第四單元　多項式四則運算

A. 基本性質：

1. 若單項式中，代數符號相同且次數也相同者稱為同類項，同類項相加減時，只要將係數直接相加減，並合併為一項。

【例】：$3x^2+2x^2=5x^2$ ，$4x^2-2x^2=2x^2$ 。

2. 多項式的變數（未知數）不可在分母、根號內及絕對值內。

3. 若單項式相乘除時，只要將係數相乘除，代數符號依照指數率處理。

【例】：$(-2x^2)\cdot(3x)=-6x^3$ ，$6x^5\div(-2x^2)=-3x^3$ 。

B. 範例：

【例 1】

求 $5x^3+2x^2-5x+1$ 與 x^3+x^2+4x-3 的和。

（答）：$6x^3+3x^2-x-2$

【例 2】

求 $5x^3+2x^2-5x+1$ 與 x^3+x^2+4x-3 的差。

（答）：$4x^3+x^2-9x+4$

【類題】

求 $2x^4+x^3-4x^2+6x-5$ 與 $3x^4-2x^3-x^2+5x-2$ 的和與差。

（答）：和為 $5x^4-x^3-5x^2+11x-7$，差為 $-x^4+3x^3-3x^2+x-3$

【例 3】

求 $5x^3+2x^2-4x+1$ 與 $2x^2+1$ 的乘積。

（答）：$10x^5+4x^4-3x^3+4x^2-4x+1$

【類題】

求 $2x^4-x^2+2x+1$ 與 x^2-3 的乘積。

（答）：$2x^6-7x^4+2x^3+4x^2-6x-3$

【例 4】

求 $(2x^5-5x^4-2x^3+5x^2+6x-2)\div(x^2-2x-3)$ 的商式與餘式。

（答）：商式為 $2x^3-x^2+2x+6$，餘式為 $24x+16$

【類題】

求 $(x^4-5x^2-2x+1)\div(x^2+2x-4)$ 的商式與餘式。

（答）：商式為 x^2-2x+3，餘式為 $-16x+13$

C. 綜合練習：

1. 設多項式 A 為 6 次式，B 為 7 次式，C 為 5 次式，試求：
   (1) $A+B-C$ 為幾次多項式？
   (2) $A\times B\div C$ 的商為幾次多項式？
2. 有一個多項式，減去 $2x^2+4x-1$ 所得的差為 $3x^4-x^3+5x^2+2$，試求此多項式？
3. 設 $A=x^3+x^2-2x-5, B=2x^2-4x+1$，試求 $3A+B$ 與 $2A-3B$？
4. 設 $A=2x^4+5x^2-3x+1, B=x^3+2x+5, C=x+1$，試求 $\dfrac{A-2B}{C}$ 的商式與餘式？
5. 有一個多項式被 x^2-3x+4 除，得商式為 $x-1$，餘式為 $2x+8$，試求此多項式？

（答）：1.　(1) 7 次　(2) 8 次

2.　$3x^4-x^3+7x^2+4x+1$

3.　$3x^3+5x^2-10x-14$，$2x^3-4x^2+8x-13$

4.　$2x^3-4x^2+9x-16$，7

5.　x^3-4x^2+9x+4

第五單元　根式的化簡與運算

A. 基本性質：

1. 方根化簡的原則：

(1) 使分母不含根號。　(2) 把根號內的因數盡量移到根號外。

(3) 把開方次數化為最小。　(4) 多重根號化為單根號。

2. 常用公式：

(1) $\sqrt{a^2}=|a|$　(2) $\sqrt[3]{a^3}=a$

(3) $a\ge 0$，則 $\sqrt[n]{a^n}=a$　(4) $a,b\ge 0$，則 $\sqrt[n]{a^nb}=a\sqrt[n]{b}$

(5) $a\ge 0$，則 $\sqrt[nm]{a^m}=\sqrt[n]{a}$　(6) $a\ge 0$，則 $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a}$

B. 範例：

【例 1】

將下列各根式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{81}$　(2) $\sqrt{72}$　(3) $\sqrt[3]{-500}$　(4) $\sqrt{3}+\sqrt{12}-4\sqrt{48}$　(5) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

(6) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$　(7) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{8}}$

（答）：(1) 9　(2) $6\sqrt{2}$　(3) $-5\sqrt[3]{4}$　(4) $-13\sqrt{3}$　(5) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　(6) $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$　(7) $\sqrt{2}$

【類題】

將下列各根式化為最簡根式（$a>0$）：

(1) $\sqrt{24a^5}$　(2) $\sqrt[3]{-27a^7}$　(3) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64a^8}}$　(4) $\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{32}$

(5) $6\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{-32}+2\sqrt[3]{108}$　(6) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$

（答）：(1) $2a^2\sqrt{6a}$　(2) $-3a^2\sqrt[3]{a}$　(3) $2a\sqrt[3]{a}$　(4) $4\sqrt{2}$　(5) $10\sqrt[3]{4}$　(6) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

【例 2】

將下列各根式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$　(2) $\sqrt{8-2\sqrt{7}}$

（答）：(1) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$　(2) $\sqrt{7}-1$

【類題】

將下列各根式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$　(2) $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

（答）：(1) $2+\sqrt{3}$　(2) $3-2\sqrt{2}$

C. 綜合練習：

1. 將下列各根式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{27}$　(2) $\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{135}$　(3) $\sqrt{\dfrac{7}{6}}$　(4) $\sqrt[3]{\dfrac{5}{9}}$

(5) $\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$　(6) $\sqrt{9+6\sqrt{2}}$　(7) $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$　(8) $(2\sqrt{3}+5\sqrt{6})(2\sqrt{6}-\sqrt{3})$

2. 比較 $\sqrt{2}+\sqrt{11}$ 與 $\sqrt{6}+\sqrt{7}$ 的大小？

3. 比較 $\sqrt{7}-2$ 與 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 的大小？

4. 設 $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}, y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$，試求下列各式之值：

(1) $x+y$ ＝？　(2) xy ＝？　(3) x^2+y^2 ＝？

（答）：1. (1) $5\sqrt{2}-\sqrt{3}$　(2) $5\sqrt[3]{5}$　(3) $\dfrac{\sqrt{42}}{6}$　(4) $\dfrac{\sqrt[3]{15}}{3}$　(5) $\sqrt{5}-1$　(6) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$

(7) $\sqrt{5}-2$　(8) $54-3\sqrt{2}$　2. $\sqrt{6}+\sqrt{7}$ 大於 $\sqrt{2}+\sqrt{11}$

3. $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 大於 $\sqrt{7}-2$　4. (1) $\sqrt{3}$　(2) $\dfrac{1}{4}$　(3) $\dfrac{5}{2}$

第六單元　方程式

A. 基本性質：

1. 一元一次方程式：$ax=b \Rightarrow x=\begin{cases}\dfrac{b}{a}, \text{當} a\neq 0 \text{時} \\ \text{無解, 當} a=0, b\neq 0 \text{時}\end{cases}$ 。

2. 一元二次方程式：$y=ax^2+bx+c$ ，$a\neq 0$ ，$D=\sqrt{b^2-4ac}$

(1) 若 $D>0$ ，則 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 。

(2) 若 $D=0$ ，則 $x=\dfrac{-b}{2a}$ 。

(3) 若 $D<0$ ，則 x 沒有實數解。

(4) 根與係數的關係：若 α,β 為一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩個實根，

則：$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ ，$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$ 。

3. 分式方程式。

4. 絕對值方程式：$\begin{cases}\text{當} x\geq 0 \text{時}, |x|=x \\ \text{當} x<0 \text{時}, |x|=-x\end{cases}$ 。

5. 二元一次聯立方程式 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ 在直角座標平面上的圖形為二條直線，又若

(1) $\dfrac{a_1}{a_2}\neq\dfrac{b_1}{b_2}$ ，則此二直線相交於一點，即方程組恰有一解。

(2) $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}\neq\dfrac{c_1}{c_2}$ ，則此二直線互相平行，即方程組無解。

(3) $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$ ，則此二直線重合，即方程組有無線多解。。

B. 範例：

【例 1】

解方程式 $0.3(8x-1)=2x+2.9$ 。

（答）：8

【類題】

解下列方程式：

(1) $-0.1(x-10)=9-0.2(1-x)$

(2) $3(3y+1)=2(1+y)+3(y+3)$

（答）：(1) $x=-26$　　(2) $y=2$

【例 2】

解一元二次方程式$15x^2+14x-16=0$

（答）：$x=-\dfrac{8}{5}$或$\dfrac{2}{3}$

【類題】

解下列方程式：

(1) $2x^2+3x-5=0$　　(2) $x^2-x+1=0$　　(3) $x^2+5x+7=0$

（答）：(1) $x=1,-\dfrac{5}{2}$　　(2) $x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　　(3) 無解。

【例 3】

解分式方程式$\dfrac{24}{x-4}=\dfrac{24}{x}+1$。

（答）：$x=12$或-8

【類題】

解分式方程式$\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x+1}=3$。

（答）：$x=2,-\dfrac{2}{3}$

【例 4】

解：(1) $|x+4|=3$ (2) $|2x-1|=3$

（答）：(1) $x=-1,-7$ (2) $x=2,-1$

【類題】

解方程式 $x^2+|x|-6=0$

（答）： $x=\pm 2$

【例 5】

下列各聯立方程式中，何者為平行的二直線：

(1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 5x+y=5 \\ 10x+2y=10 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x+5y=2 \\ 4x+10y=3 \end{cases}$

（答）：(4)

【類題】

下列各聯立方程式中，何者為相交於一點的二直線：

(1) $\begin{cases} 8x+3y=5 \\ 4x+3y=5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 0.99x-0.99y=1 \\ x-y=1 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$

（答）：(1)、(4)

C. 綜合練習：

1. 解下列一元一次方程式：

(1) $2x=3$ (2) $-2x=0$ (3) $1-x=6$

2. 解下列一元一次方程式：

(1) $2x-1=3x+3$　　(2) $-2x+4=5x-3$　　(3) $1-2x=-2(x-1)$

3. 解下列一元一次方程式：

(1) $2x-(4-3x)=6+15x$　　(2) $25(1-2x)=12.5+12.5(1-4x)$　　(3) $\frac{2y-1}{3}-1=\frac{5y+1}{8}-\frac{3y+1}{6}$

4. 解下列一元二次方程式：

(1) $x^2+4x-5=0$　　(2) $2x^2+3x-1=0$　　(3) $x^2+x+1=0$

5. 解下列方程式：

(1) $\frac{2}{x+1}=-1$　　(2) $\frac{4}{x+1}+\frac{2}{x-2}=3$　　(3) $2|x|-1=5$

6. 把 108 個玩具分給一群兒童，已知每人分得的玩具數恰比兒童總數少 3 個，試求這群兒童的總人數？

7. 一正方形邊長 4，今截去 4 個角使成正八邊形，求此正八邊形邊長？

8. 一組割草人要把兩塊草地的草割完，已知大的一塊比小的一塊草地大一倍，全體人員用半天時間割大的一塊草地，下午他們便分成人數相同的兩組，一組仍留在大草地上，另一組到小草地上割草，再歷經半天後，大草地上的草全部割完，而小草地上的草仍需要一個割草人一個全天的時間才能完工。假設全組割草人的勞動力相等且兩塊草地割草困難度相同，試問這組割草大隊共有幾人？

9. 9 位好人好事代表，他們的年齡分別是 10、21、22、23、24、31、40、86、87，已知其中有 5 位代表年齡總和是另 3 位代表年齡總和的 4 倍，試問剩下一位代表的年齡是多少歲？

10. 已知α,β為$x^2-3x+1=0$之二根，求下列各值：

(1) $\alpha+\beta$　(2) $\alpha\beta$　(3) $\alpha^2+\beta^2$　(4) $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}$

11. 解方程式$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24=0$

12. 設a是整數，若方程式$x^2-(a+\sqrt{2})x-(3+\sqrt{2})=0$有一整數根，求$a$值。

13. 解下列各聯立方程式：

(1) $\begin{cases} 7x+2y=12 \\ 4x-3y=11 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+y=6 \\ x-y=-1 \end{cases}$　　(3) $\begin{cases} 301x+66y=-29 \\ 66x+301y=-1439 \end{cases}$

14. 已知 $|x-2y+1|+(3x-4y-3)^2=0$ ，求 $2x+y$ ＝？

15. 已知 $\dfrac{-x+2}{2}=\dfrac{3y+1}{4}=\dfrac{-x+2y+3}{5}$ ，求 x, y 的值？

16. 若 $\begin{cases} x-3y=-7 \\ 3x-y=3 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} ax+by=8 \\ 2ax-3by=-14 \end{cases}$ 有相同的解，求 a, b 的值？

17. 已知$\begin{cases}2x+(a^2-20)y+(a+6)=0\\ x-2y+5=0\end{cases}$有無限多解，則$a$＝？

18. 某二位數的十位數比其個位數的兩倍多 1，將它的個位數與十位數對調後，所得的新數比原數少 27，問原數是多少？

（答）：1. (1) $x=\frac{3}{2}$ (2) $x=0$ (3) $x=-5$ 2.(1) $x=-4$ (2) $x=1$ (3) 無解

3.(1) $x=-1$ (2) x為任意數 (3) $y=\frac{31}{13}$ 4.(1) $x=-5,1$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$ (3) 無解

5.(1) $x=-3$ (2) $x=0,3$ (3) $x=\pm3$ 6. 12 人 7. $4\sqrt{2}-4$ 8. 8 人

9. 24 歲 10. (1) 3 (2) 1 (3) 7 (4) 7 11. $0,-5$ 12. 2

13. (1) $\begin{cases}x=2\\ y=-1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=\frac{5}{4}\\ y=\frac{9}{4}\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x=1\\ y=-5\end{cases}$ 14. 13 15. $\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}$

16. $\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$ 17. $a=4$ 18. 52

第七單元　不等式

A. 基本性質：

1. 一元一次不等式：

(1) 一個不等式的二邊同時加（減）同一個數，結果大的一邊仍大於小的一邊。

(2) 一個不等式的二邊同時乘（除）同一數 k ，則：

Ⅰ. 若 k 為正數，則大的一邊仍大於小的一邊。

Ⅱ. 若 k 為負數，則大的一邊會小於小的一邊。

亦即不等式符號由〝$>$〞變〝$<$〞

〝$\geq$〞變〝$\leq$〞

〝$<$〞變〝$>$〞

〝$\leq$〞變〝$\geq$〞

2. 一元二次不等式：

(1)在一元二次方程式中，將〝＝〞改為〝$>$〞、〝$\geq$〞、〝$<$〞或〝$\leq$〞者稱為一元二次不等式。

(2) 若 $(x-\alpha)(x-\beta)>0$ ，則 $(x-\alpha)$ 與 $(x-\beta)$ 必為同號，即 $\{(x-\alpha)>0$且$(x-\beta)>0\}$ 或

$\{(x-\alpha)<0$且$(x-\beta)<0\}$ 再利用一元一次不等式求解。

(3) 若 $(x-\alpha)(x-\beta)<0$ ，則 $(x-\alpha)$ 與 $(x-\beta)$ 必為異號，即 $\{(x-\alpha)>0$且$(x-\beta)<0\}$ 或

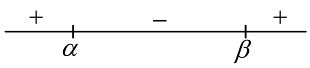
$\{(x-\alpha)<0$且$(x-\beta)>0\}$ 再利用一元一次不等式求解。

(4) 解法：

(a) 將不等式移項化簡為 $a'x^2+bx+c>0$ 的形式（其中〝$>$〞也可能為〝$\geq$〞、〝$<$〞或〝$\leq$〞，且 $a'>0$ ）。

(b) 將 $a'x^2+bx+c$ 因式分解為 $a'(x-\alpha)(x-\beta)$ 。

注意：在此我們不討論不可因式分解者。

(c) 劃線，並將其分成小於 α 、介於 α 與 β 之間和大於 β 三個區段，由右而左依次標示〝＋〞、〝－〞、〝＋〞，如 

（假設 $\beta>\alpha$ ）。

(d) 若原不等式為 $a'x^2+bx+c>0$ （或 ≥ 0 ）則解為標示〝＋〞的區段；若原不等式為， $a'x^2+bx+c<0$ （或 ≤ 0 ）則解為標示〝－〞的區段。

B. 範例：

【例 1】

解下列不等式：

(1) $x-2>10$　　(2) $4x>12$　　(3) $-3x<9$　　(4) $-\dfrac{x}{2}\geq 5$　　(5) $3x+7\geq 5x-1$

（答）：(1) $x>12$　(2) $x>3$　(3) $x>-3$　(4) $x\le -10$　(5) $x\le 4$

【類題】

解下列不等式：

(1) $3x+2\le -14$　(2) $5-2x>-5$　(3) $6x-8\ge 5+19x$

（答）：(1) $x\le -\frac{16}{3}$　(2) $x<5$　(3) $x\le -1$

【例 2】

解下列不等式：

(1) $x^2-5x+6\ge 0$　(2) $x^2+2x+1\le 0$　(3) $3x^2-4x+1<0$

（答）：(1) $x\le 2$或$x\ge 3$　(2) $x=-1$　(3) $\frac{1}{3}<x<1$

【類題】

解下列不等式：

(1) $3x^2-8x-3<0$　(2) $-2x^2+3x+5\ge 0$

（答）：(1) $-\frac{1}{3}<x<3$　(2) $-1\le x\le \frac{5}{2}$

C. 綜合練習：

1. 解下列各不等式：　(1) $x-\frac{2x-3}{6}>-1$　(2) $3x+6-(5x-2)\ge 2(x-6)+4$

2. 解下列各不等式：

(1) $4x^2-9>0$

(2) $x^2-2x\le 0$

(3) $x^2-8x-20>0$

(4) $(2x+1)(x+1)+(2x+1)(x-3)<(2x+1)$

(5) $3x^2-4x+1>-9x+3$

（答）：1. (1) $x>-\dfrac{9}{4}$ (2) $x\le 4$ 2. (1) $x<-\dfrac{3}{2}$或$x>\dfrac{3}{2}$ (2) $0\le x\le 2$

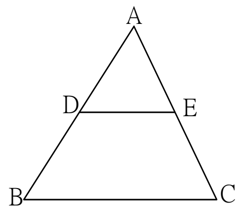
(3) $x<-2$或$x>10$ (4) $-\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}$ (5) $x<-2$或$x>\dfrac{1}{3}$

第八單元　平面幾何

A. 基本性質：

(一) 三角形：

1. 三角形的三個內角和為180^o，外角和為360^o，任一外角等於它的兩個內對角和（外角定理）。
2. 全等三角形的對應角相等，對應邊也相等。
3. 三角形的全等性質：SSS、SAS、ASA、AAS、RHS。
4. 如圖，在△ABC 中



   (1) 已知 $\overline{DE}\parallel\overline{BC}$，則$\begin{cases}\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}\\ \overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}\end{cases}$。

   (2) 已知 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$，則 $\overline{DE}\parallel\overline{BC}$。

5. 三角形的三心：

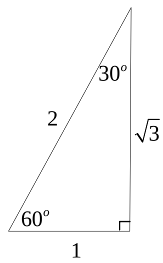
   (1) 內心為內角平分線的交點，內心到三邊等距離；

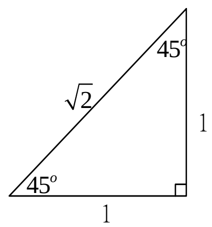
   在△ABC 中，若 I 為內心，則△AIB：△BIC：△CIA＝$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$。

   (2) 外心為垂直平分線的交點，外心到三頂點等距離。

   (3) 重心為三中線的交點，重心到頂點的距離等於重心到底邊中點距離的 2 倍；
   在△ABC 中，若 G 為重心，則△AGB＝△BGC＝△CGA。

6. 假設正三角形的邊長為a，則其高為$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，面積為$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$。
7. 在直角三角形中，





   30^o所對的邊:60^o所對的邊:90^o所對的邊=$1:\sqrt{3}:2$

   45^o所對的邊:45^o所對的邊:90^o所對的邊=$1:1:\sqrt{2}$

8. 在直角三角形中，斜邊中點到三頂點等距離。
9. 若兩個三角形相似，則其面積比＝邊長的平方比。

(二) 四邊形：

1. 四邊形的內角和為360^o，外角和為360^o。
2. 四邊形中

   (1) 四個內角均為直角者，稱為長方形（矩形）。

   (2) 四個邊都相等者，稱為菱形。

   (3) 四個邊都相等且四個內角均為直角者，稱為正方形。

   (4) 二雙對邊分別平行者，稱為平行四邊形。

(5) 有一雙對邊平行，另一雙對邊不平行者，稱為梯形。

3. 菱形之對角線互相垂直平分。

4. 平行四邊形的性質：

(1) 二雙對邊分別相等。

(2) 二雙對角分別相等。

(3) 對角線互相平分。

(4) 一條對角線把它分成兩個全等的三角形。

5. 判別平行四邊形的方法：若一四邊形有以下任一條件，即為平行四邊形。

(1) 二雙對邊互相平行。

(2) 二雙對邊分別相等。

(3) 二雙對角分別相等。

(4) 二對角線互相平分。

(5) 一雙對邊平行且相等。

6. 梯形中線性質：

(1) 梯形兩腰中點的連線即為中線。

(2) 梯形中線長＝$\frac{1}{2}$（上底長＋下底長）。

(3) 梯形對角線中點的連線長＝$\frac{1}{2}$（下底長－上底長）。

(三) 圓形：

1. 點與圓的位置關係：

已知一點 P 與一圓，其圓心為 O，半徑為 r

(1) 若 $\overline{OP} > r$，則此點在圓外。

(2) 若 $\overline{OP} = r$，則此點在圓上。

(3) 若 $\overline{OP} < r$，則此點在圓內。

2. 直線與圓的位置關係：

已知一直線 L 與一圓，其圓心為 O，半徑為 r，L 到圓心 O 的距離為 d

(1) 若 $d > r$，則 L 與圓 O 不相交。

(2) 若 $d = r$，則 L 為圓 O 的切線。

(3) 若 $d < r$，則 L 與圓 O 相交於兩點。

3. 兩圓的位置關係：

已知圓 O_1 與圓 O_2 之圓心分別為 O_1 、 O_2 ，半徑分別為 r_1 、 r_2 ，

(1) 若 $\overline{O_1O_2} = |r_1 - r_2|$ ，則圓 O_1 與圓 O_2 為內切。

(2) 若 $\overline{O_1O_2} = r_1 + r_2$ ，則圓 O_1 與圓 O_2 為外切。

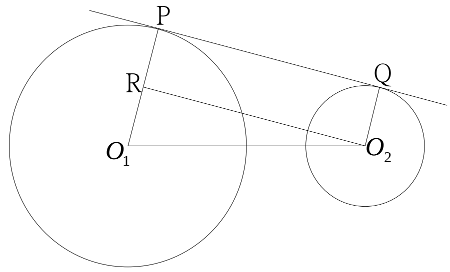
(3) 若$\left|r_1 - r_2\right| < \overline{O_1O_2} = r_1 + r_2$，則圓$O_1$與圓$O_2$相交於二點。

(4) 若$\overline{O_1O_2} < \left|r_1 - r_2\right|$，則圓$O_1$與圓$O_2$內離。

(5) 若$\overline{O_1O_2} > r_1 + r_2$，則圓$O_1$與圓$O_2$外離。

4. 已知圓O_1與圓O_2外離，如圖，其半徑分別為r_1、r_2

(1) 外公切線長$\overline{PQ}$求法：

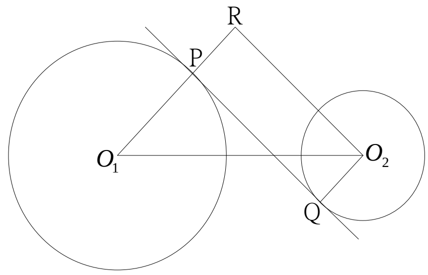


連接$\overline{O_1P},\overline{O_2Q}$，在$\overline{O_1P}$上取$\overline{PR} = \overline{O_2Q} = r_2$

則△O_1RO_2為直角三角形，$\angle O_1RO_2 = 90^o$，

且PRO_2Q為長方形，$\therefore \overline{PQ} = \overline{O_2R} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - \overline{O_1R}^2} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - (r_1 - r_2)^2}$。

(2) 內公切線長$\overline{PQ}$求法：



在$\overline{O_1P}$的延長線上取$\overline{PR} = \overline{O_2Q} = r_2$

則△O_1RO_2為直角三角形，$\angle O_1RO_2 = 90^o$，

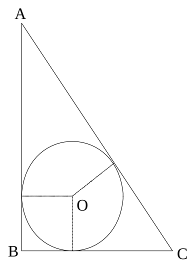
且PRO_2Q為長方形，$\therefore \overline{PQ} = \overline{O_2R} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - \overline{O_1R}^2} = \sqrt{\overline{O_1O_2}^2 - (r_1 + r_2)^2}$。

B. 範例：

【例 1】

如圖，已知△ABC 為直角三角形，其中$\angle ABC = 90^o$

且$\overline{AB} = 4, \overline{AC} = 5$，求△ABC 的內切圓半徑？



（答）：1

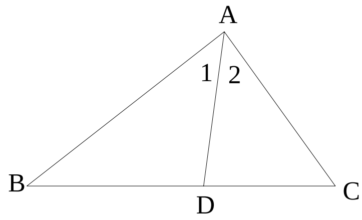
【類題】

設△ABC 的三中線$\overline{AD},\overline{BE},\overline{CF}$相交於 G，且$\overline{AD} = 24, \overline{BE} = 30, \overline{CF} = 42$，求$\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG}$的長？

（答）：64

【例 2】(內分比性質)

試證內分比性質：如圖在△ABC 中，$\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$，則 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$。

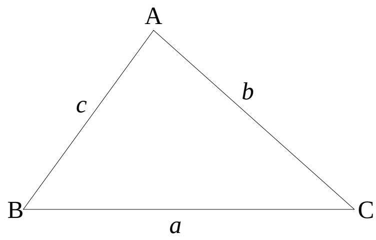


(答)：略

【類題】

如圖△ABC 中，$\angle C=2\angle B$ 且三邊長為 $\overline{BC}=a,\overline{AC}=b,\overline{AB}=c$

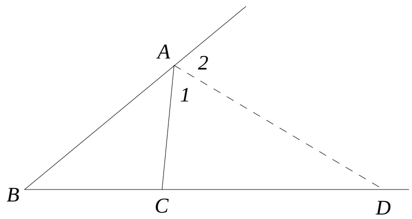
試證：$c^2=b(a+b)$



(答)：略

【例 3】(內分比性質)

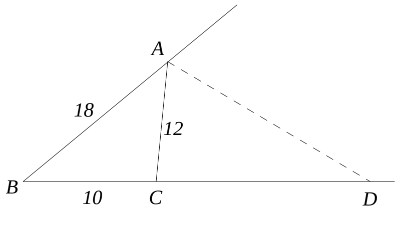
試證外分比性質：如圖在△ABC 中，$\angle A$ 的外角平分線交 $\overline{BC}$ 之延長線於 D 點，則 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$。



(答)：略

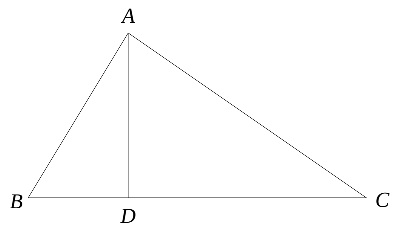
【類題】

如圖△ABC 中，已知三邊為 10、12、18，$\overline{AD}$ 為 $\angle A$ 之外角平分線，求 $\overline{CD}$ = ?



(答)：20

【例 4】（母子性質）



在△ABC 中，若 $\angle BAC = 90^o$ ，$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D 點，

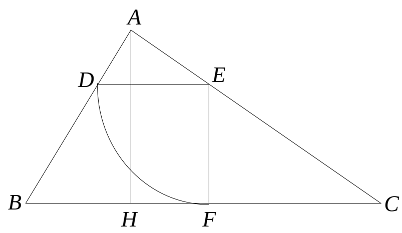
則(1) △ABD~△CBA 且 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 。

(2) △CAD~△CBA 且 $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC}$ 。

(3) △ABD~△CAD 且 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$ 。

（答）：略

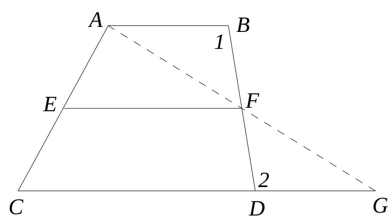
【類題】



如圖△ABC 中，已知 $\angle BAC = 90^o, \overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，DEF 為 $\frac{1}{4}$ 圓且此圓切 $\overline{BC}$ 於 F，$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{BH} = \frac{9}{5}, \overline{HC} = \frac{16}{5}$ ，求此 $\frac{1}{4}$ 圓的半徑？

（答）：$\frac{60}{37}$

【例 5】（梯形中線性質）

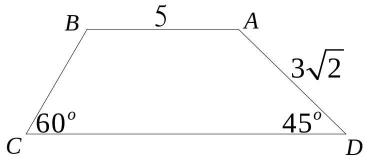


已知 ABCD 為一梯形，$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，E、F 分別為 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 的中點，則(1) $\overline{EF} \parallel \overline{CD}$

(2) $\overline{EF} = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD})}{2}$ 。

（答）：略

【類題】

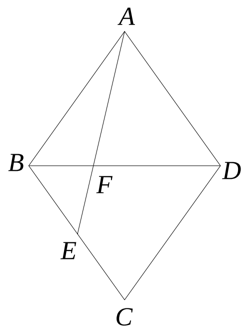


已知梯形 ABCD 中，$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$，$\overline{AB}=5, \overline{AD}=3\sqrt{2}$，

$\angle BCD=60^o, \angle CDA=45^o$，求梯形 ABCD 的中線長？

（答）：20

【例 6】



如圖，已知菱形 ABCD 中，E 為 $\overline{BC}$ 中點且 $\overline{AE}$ 交 $\overline{BD}$ 於 F 點，

求 $\overline{BF}:\overline{FD}$ ＝？

（答）：略

【類題】

試證菱形的面積為兩對角線乘積的一半。

（答）：略

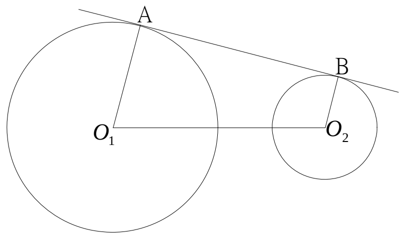
【例 7】

已知外離的兩個圓，其半徑分別為 2、5，且外公切線長為 $\sqrt{65}$，求此二圓之內公切線長？

（答）：5

【類題】

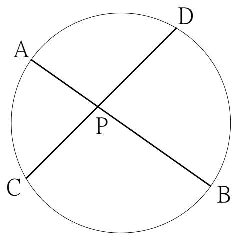
如圖，$\overline{AB}$ 為圓 O_1 與圓 O_2 之外公切線，且二圓半徑分別為 7、2，連心線 $\overline{O_1O_2}=13$，求四邊形 AO_1O_2B 的面積？



（答）：54

【例 8】（內冪性質）

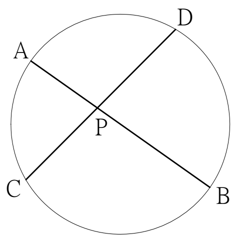
如圖，$\overline{AB},\overline{CD}$ 為圓 O 的二條弦，P 為 $\overline{AB},\overline{CD}$ 的交點，則 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$。



（答）：略

【類題】

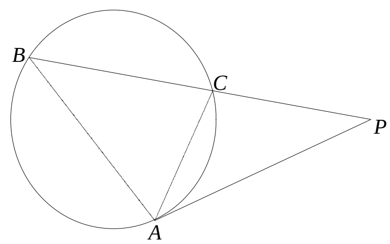
如圖，$\overline{AB},\overline{CD}$ 交於 P 點，$\overline{PA}=4,\overline{PB}=6$，$\overline{PC}:\overline{PD}=2:3$，求 $\overline{CD}$ 長？



（答）：20

【例 9】（切割性質）

如圖，$\overline{PA}$ 為切線，A 為切點，$\overline{PB}$ 和圓交於 C、B 二點，則 $\overline{PA}^2=\overline{PC}\times\overline{PB}$。

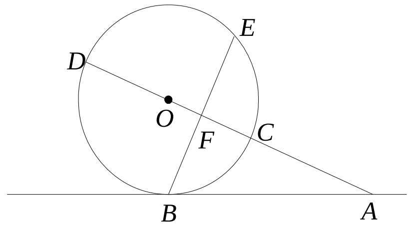


（答）：略

【類題】

如圖，已知一圓 O，$\overline{AB}$ 切圓 O 於 B 點，割線 $\overline{AD}$ 過圓心 O 且交圓於 C、D 二點，過 B 作 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$ 且交圓 O 於 E 點，F 為 $\overline{BE}$ 與 $\overline{CD}$ 的交點，$\overline{AB}=12, \overline{AC}=8$，

求(1) 圓 O 的半徑？ (2) $\overline{BE}=$？

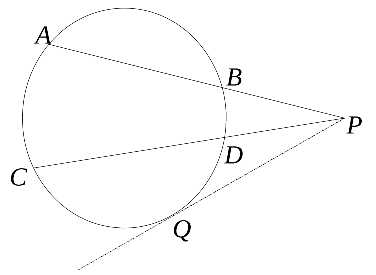


（答）：(1) 圓 O 的半徑＝5　(2) $\overline{BE}=\dfrac{120}{13}$

【例 10】（外冪性質）

如圖，$\overline{AB}, \overline{CD}$ 為圓 O 的兩條弦，延長後交於圓外一點 P，

則 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$。

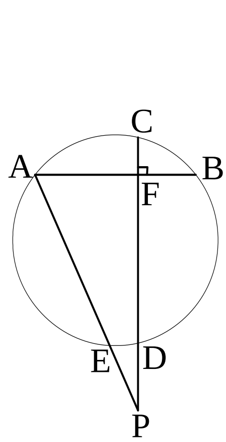


（答）：略

【類題】

如圖，$\overline{CD}$、$\overline{AE}$ 二弦的延長線交於 P 點，若 $\overline{CP} \perp \overline{AB}$ 於 F 點，

$\overline{CF}=2, \overline{AF}=5, \overline{BF}=2.4, \overline{PD}=6$，求 $\overline{PE}$ 的長？



（答）：$\dfrac{84}{13}$

【例 11】

利用內冪性質，試作一線段長為 $\sqrt{7}$ 單位長。

（答）：略

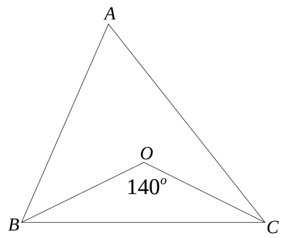
【類題】

試作一線段長為 $\sqrt{3}$ 單位長。

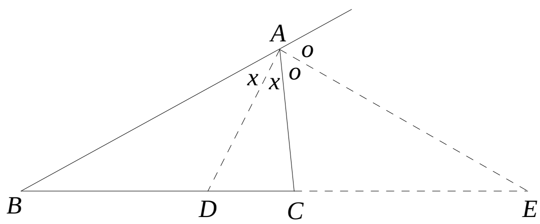
（答）：略。

C. 綜合練習：

1. 如圖，O 為△ABC 的外心，且 $\angle BOC = 140^o$，求 $\angle BAC$ 的度數？



2. 如圖，在△ABC 中，$\overline{AD}, \overline{AE}$ 分別為 $\angle BAC$ 的內角平分線與外角平分線，已知三邊長分別為 $\overline{AB} = 10, \overline{AC} = 5, \overline{BC} = 9$，求 $\overline{DE}$ ＝？

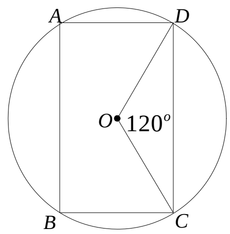


3. 已知△ABC 的三邊長為 3、4 和 5，則其內切圓與外接圓的面積比？

4. 已知 ABCD 為四邊形，E、F、G、H 分別為 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$ 之中點，

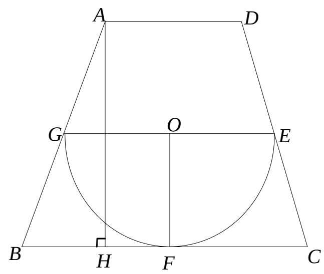
請問四邊形 EFGH 為何種四邊形？

5. 四邊形 ABCD 為圓 O 的內接矩形，若 $\angle COD = 120^o$ ，求圓 O 的周長與矩形周長的比值為何？

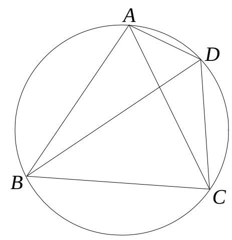


6. 梯形 ABCD 中，半圓直徑 $\overline{GE} \parallel \overline{BC}$ ，切 $\overline{BC}$ 於 F 點，

$\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 且 $\overline{AH} = 7, \overline{BC} = 42, \overline{AD} = 8$ ，求 $\overline{OF}$ 為何？

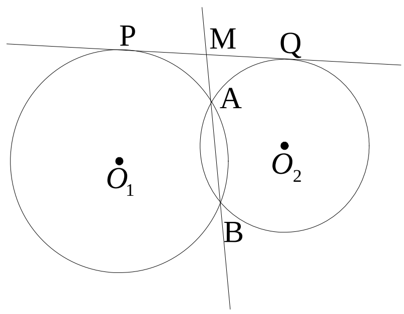


7. 如圖，ABCD 為圓內接四邊形，若 $\angle BDA = \angle BDC = 60^o$ ，圓半徑為 2，求△ABC 的面積？



8. 如圖，兩圓相交於 A、B 二點，$\overline{PQ}$ 為其外公切線，

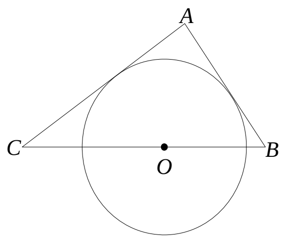
直線 $\overline{AB}$ 交 $\overline{PQ}$ 於 M 點，求證：$\overline{PM} = \overline{QM}$ 。



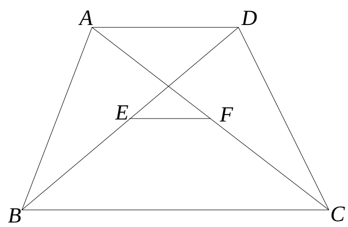
9. 已知△ABC 為直角三角形，$\angle C=90^o$，O 為外心，G 為重心且 $\overline{AC}=3,\overline{BC}=4$，求 $\overline{OG}$ ＝？

10. 已知△ABC 為正三角形，O 為內心且 $\overline{OA}=6$ ，求△ABC 的面積？

11. 已知△ABC 為直角三角形，$\angle A=90^o$，作一圓切於 $\overline{AB},\overline{AC}$ 二邊且圓心 O 在 $\overline{BC}$ 上，今知 $\overline{AB}=6,\overline{AC}=8$ ，求此圓之半徑？



12. 如圖，等腰梯梯形 ABCD 中，$\overline{AD}\parallel\overline{BC}$ 且 $\overline{AB}=\overline{CD}=6$ ，$\overline{BC}=10,\overline{AB}\perp\overline{AC}$ ，若 E、F 分別為對角線 $\overline{BD}$ 與 $\overline{AC}$ 的中點，求 $\overline{EF}$ ＝？



（答）：1. 70^o　2. 12　3. 4：25　4. 平行四邊形　5. $\frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\pi$

6. $\frac{49}{8}$　7. $3\sqrt{3}$　8. 略　9. $\frac{5}{6}$　10. $27\sqrt{3}$

11. $\frac{24}{7}$　12. $\frac{18}{5}$