

桃園市立平鎮高級中學 105 學年度 第二學期高一數學第一次期中考試卷

適用班級：101~113

考試範圍：數學(一) 1-1~2-2 (直線排列)

命題教師：陳威男

答題說明：請各位同學將答案依題號依序填入答案卡中。

注意事項：

試卷張數：共計 4 頁

填答方式：答案卡

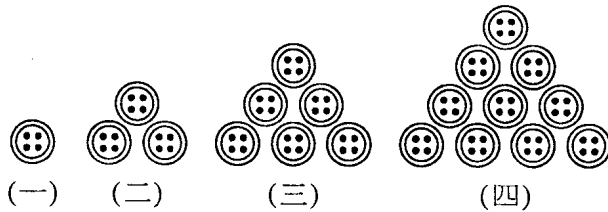
____年 ____班 ____號 姓名：_____

一、單選題：(每題 5 分，答錯不扣分)

1. 將正整數如下排列，依此規則，請問第九列第三個數為？ (1)64 (2)65 (3)66 (4)67 (5)68 .

第一列 1
 第二列 2 3 4
 第三列 5 6 7 8 9

2. 用鈕釦排圖案，觀察下圖中的規律後，排成 20 個圖案共需幾個鈕釦？ (1)1550 (2)1440 (3)1540 (4)1220 (5)1110.



3. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 定義為 $a_1=1$ ， $a_{n+1}=\frac{3a_n-1}{4a_n-1}$ ， $n=1, 2, 3, \dots$ ，則 $a_{100}=?$

(1) $\frac{100}{101}$ (2) $\frac{100}{99}$ (3) $\frac{102}{101}$ (4) $\frac{100}{199}$ (5) $\frac{100}{299}$.

4. 從 1 到 1000 的自然數中，將完全平方數 1, 4, 9, 16, \dots 全部刪掉，剩下的 m 個自然數，由小而大組成一個數列：

$\langle a_1, a_2, \dots, a_m \rangle$ ，求 $a_{250}=?$ (1) 256 (2) 260 (3) 263 (4) 265 (5) 266

5. 設一凸多邊形內角度數成等差數列，已知公差為 4° ，最小角度數為 128° ，求邊數為？

(1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15 (5) 12 或 15

二、多選題：(每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之

「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。)

6. 設有一數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1+2a_2+3a_3+\dots+n a_n=n^2(n+1)$ ，試問下列何者正確？

(1) 滿足上述條件的數列 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列

(2) $a_2=10$

(3) $\sum_{n=1}^{100} a_n=15050$













(4) $a_{37}+a_{38}+a_{39}+a_{40}+a_{41}=590$

(5) 數列 $\langle a_n \rangle$ 中滿足 $a_n < 100$ 的數有 34 項。

7. 用大小一樣的鋼珠可以排成正三角形、正方形與正五邊形陣列，其排列的規律如下圖所示：

設 a_n 表示每邊 n 個鋼珠所構成正三角形陣列所需要鋼珠的總數； b_n 表示每邊 n 個鋼珠所構成正方形陣列所需要鋼珠的總數； c_n 表示每邊 n 個鋼珠所構成正五邊形陣列所需要鋼珠的總數，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $a_5 < b_4$ (2) $b_5 < c_5$ (3) $\sum_{k=1}^{10} b_k = 385$ (4) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k} < \frac{21}{11}$ (5) $a_{10} + b_{10} < c_{10}$

	正三角形陣列	正方形陣列	正五邊形陣列
每邊 1 個鋼珠			
每邊 2 個鋼珠			
每邊 3 個鋼珠			
每邊 4 個鋼珠			

8. 下列敘述何者正確？

(1) $\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{m-1} a_k = \sum_{k=m}^n a_k$ ($m < n$, m, n 為正整數)

(2) $\sum_{k=2}^5 k^3 = \sum_{k=1}^4 (k+1)^3$

(3) 若一數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項之和為 $S_n = 3n^2 - 2n + 1$ ，則此數列為等差數列

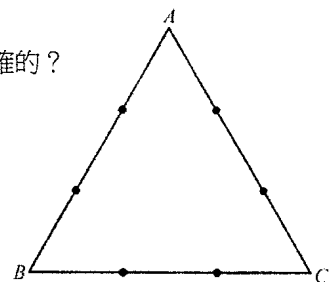
(4) 若一數列 $\{a_n\}$ ，對任意正整數 n ，皆滿足 $a_n + a_{n+2} = 2a_{n+1}$ ，則此數列為等差數列

(5) 對任意正整數 n ， $n^2 - n + 41$ 為質數

9. 三角形 ABC 是一個邊長為 3 的正三角形，如右圖所示：

若在一邊的兩個三等分點中，各選取一點連成三角形，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 依此方法可能連成的三角形一共有 8 個
 (2) 這些可能連成的三角形中，恰有 2 個是銳角三角形
 (3) 這些可能連成的三角形中，恰有 6 個是直角三角形
 (4) 這些可能連成的三角形中，恰有 3 個是鈍角三角形
 (5) 這些可能連成的三角形中，恰有 2 個是正三角形



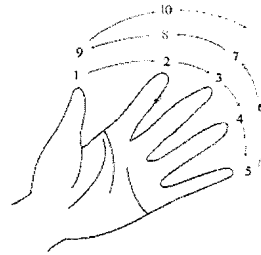
10. 有關 2160 的正因數中，下列敘述何者正確？

- (1) 是 12 的倍數者有 18 個
 (2) 是 4 的倍數，但不是 15 的倍數者有 15 個
 (3) 是完全平方數者有 6 個
 (4) 是奇數者有 12 個
 (5) 大於或等於 180 的有 12 個

三、選填題：(每題 5 分，全對才得分)

A. 若 $1 \times 15 + 2 \times 14 + 3 \times 13 + \dots + k \times (16-k) + \dots + 14 \times 2 + 15 \times 1 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2 - a$ ，則 $a = \underline{\textcircled{11}\textcircled{12}\textcircled{13}}$

B. 伸出你的左手數數字，第一輪從大拇指到小指依次為 1, 2, 3, 4, 5，第二輪從無名指到大拇指依次為 6, 7, 8, 9，如圖 1 所示繼續下去，求前 30 輪的所有數字總和 = $\textcircled{14}\textcircled{15}\textcircled{16}\textcircled{17}$.



▲圖 1

C. 在法網決賽中，由第一種子莫瑞和第二種子喬科維奇兩人對決。賽會規定：每盤比賽必分出勝負，先勝 3 盤者贏得比賽，獲得冠軍。今已比賽 1 盤，結果由莫瑞獲勝；請問在往後比賽中，喬科維奇贏得比賽獲得冠軍的情形可能有多少種？ $\textcircled{18}$.

D. 人類的大拇指自指尖到腕骨是由三塊骨頭所組成的，令自指尖到腕骨的這三塊骨頭的長度分別為 a_1, a_2, a_3 。據統計，當 a_1, a_2, a_3 是等比數列且滿足 $a_3 = a_2 + a_1$ 時，大拇指的型態被認為是最完美。試求完美大拇指之三塊骨頭長度的公

$$\text{比} = \frac{\textcircled{19} + \sqrt{\textcircled{20}}}{\textcircled{21}}$$

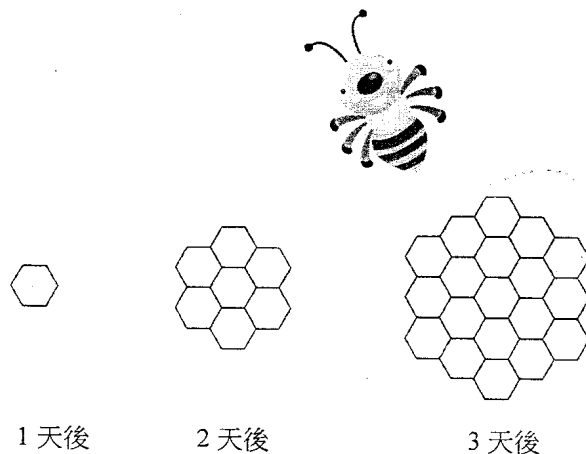
E. 由數字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 所組成沒有重複數字的八位數中，1 與 2 相鄰，3 與 4 相鄰，而 5 與 6 不相鄰，7 與 8 也不相鄰，請問滿足上述條件的八位數共有多少個？ = $\textcircled{22}\textcircled{23}\textcircled{24}\textcircled{25}$.

F. 棒球比賽每隊的先發守備位置有九個：投手、捕手、一壘手、二壘手、三壘手、游擊手、右外野、中外野、左外野各一位。某一棒球隊有 25 位可以先發的球員，由教練團認定可擔任的守備位置球員數情形如下：
 (一) 投手 10 位、捕手 2 位、一壘手 1 位、二壘手 2 位、三壘手 2 位、游擊手 2 位；
 (二) 外野手 5 位 (每一位外野手都可擔任右外野、中外野或左外野的守備)；
 (三) 另外 1 位是全隊人氣最旺的明星球員，他可擔任一壘手與右外野的守備。
 已知開幕戰的比賽，確定由某位投手先發，而且與此投手最佳搭檔的先發捕手也已確定，並由人氣最旺的明星球員擔任一壘手守備，其餘六個守備位置就上述可擔任的先發球員隨意安排，則此場開幕戰共有 $\textcircled{26}\textcircled{27}\textcircled{28}$ 種先發守備陣容。(當九個守備位置只要有一個球員不同時，就視為不同的守備陣容) .

G. 某座山有 6 條登山路線，甲乙兩人相約由不同的路線上山，待山頂會合後，再分別選擇不同的路線下山。若規定每人不可由同一路線上山與下山，求兩人上山與下山共有幾種不同的路線？ 29 30 31。

H. 有一面厚度為 36 公分的木頭牆，大小兩隻老鼠面對面穿牆。已知第一日大老鼠穿牆 1 公分，小老鼠穿牆 $\frac{1}{2}$ 公分，接下來，大老鼠每日都比前一日多穿牆 $\frac{1}{2}$ 公分，而小老鼠每日僅比前一日多穿牆 $\frac{1}{4}$ 公分，請問幾日後，大小兩隻老鼠會恰好將牆穿通而相逢？ 32。

I. 蜜蜂蓋蜂巢的速度，1 天後蓋了 1 個正六邊形蜂巢，2 天後蓋了 7 個正六邊形蜂巢，3 天後蓋了 19 個正六邊形蜂巢，如下圖所示：



按照這樣的速度與規律，設 a_n 是 n 天後蜜蜂所完成的正六邊形蜂巢總數，求 a_{10} = ? 33 34 35。

J. 試問滿足三邊長皆為正整數，且周長為 24 的三角形有幾個？ 36 37。

桃園市立平鎮高級中學 105學年第2學期 月考一一年級不限組別數學 II [20170327100010101052] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體						525					高分組					142					低分組					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未					
1	單選題	5	4	407	118	0	0	0	0	0	124	18	0	0	0	0	95	47	0	0	0	0	77.52%	0.771	0.204							
2	單選題	5	3	412	107	0	0	0	0	6	140	2	0	0	0	0	72	68	0	0	0	2	78.48%	0.746	0.479							
3	單選題	5	4	372	149	0	0	0	0	4	135	7	0	0	0	0	62	78	0	0	0	2	70.86%	0.694	0.514							
4	單選題	5	5	162	349	0	0	0	0	14	75	66	0	0	0	1	20	115	0	0	0	7	30.86%	0.335	0.387							
5	單選題	5	1	125	391	0	0	0	0	9	56	85	0	0	0	1	16	123	0	0	0	3	23.81%	0.254	0.282							
6	多重選五	5	13	206	185	282	268	248	16	77	52	90	49	49	0	40	53	67	92	88	4	15.05%	0.183	0.324								
7	多重選五	5	134	447	141	372	301	158	9	127	24	123	98	25	0	121	54	85	77	52	4	25.52%	0.296	0.225								
8	多重選五	5	124	233	307	146	401	402	12	78	112	31	124	113	2	56	70	39	97	113	5	4.19%	0.046	0.049								
9	多重選五	5	1235	240	215	340	198	265	10	80	55	100	39	83	2	53	66	86	65	65	4	3.43%	0.042	0.056								
10	多重選五	5	123	288	209	335	188	262	19	94	57	108	26	58	4	61	56	79	70	84	6	5.33%	0.063	0.099								
11	題組A	5	560	170	355	0	0	0	0	92	50	0	0	0	0	8	134	0	0	0	0	32.38%	0.352	0.592								
14	題組B	5	7381	154	371	0	0	0	0	75	67	0	0	0	0	17	125	0	0	0	0	29.33%	0.324	0.408								
18	題組C	5	4	328	197	0	0	0	0	120	22	0	0	0	0	48	94	0	0	0	0	62.48%	0.592	0.507								
19	題組D	5	152	241	284	0	0	0	0	113	29	0	0	0	0	23	119	0	0	0	0	45.90%	0.479	0.634								
22	題組E	5	1344	5	520	0	0	0	0	3	139	0	0	0	0	0	142	0	0	0	0	0.95%	0.011	0.021								
26	題組F	5	480	125	400	0	0	0	0	71	71	0	0	0	0	7	135	0	0	0	0	23.81%	0.275	0.451								
29	題組G	5	630	255	270	0	0	0	0	108	34	0	0	0	0	23	119	0	0	0	0	48.57%	0.461	0.599								
32	題組H	5	9	146	379	0	0	0	0	63	79	0	0	0	0	19	123	0	0	0	0	27.81%	0.289	0.310								
33	題組I	5	271	250	275	0	0	0	0	90	52	0	0	0	0	45	97	0	0	0	0	47.62%	0.475	0.317								
36	題組J	5	12	193	332	0	0	0	0	90	52	0	0	0	0	15	127	0	0	0	0	36.76%	0.370	0.528								

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤

五標 (58, 49, 38, 28, 22) 平均 39.03