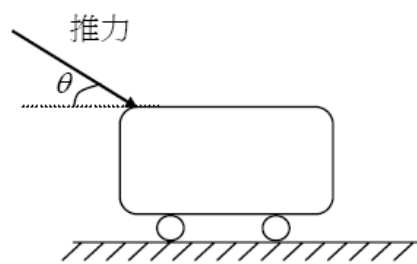
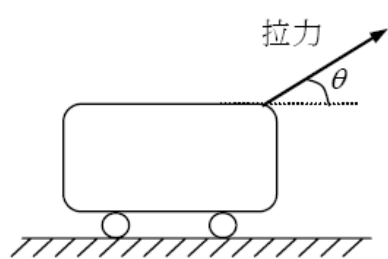


平鎮高中 高二物理 學習資料 (III)

PHYSICS

第三章 靜力平衡



【3-1 力的測量與虎克定律】

一、基本觀念與例題

【主題一】虎克定律

◎物體受到力的作用時，可能使其形變，或是使運動狀態改變。

(虎克定律) (牛頓運動定律)

◎**虎克定律**：在彈性限度內，外加作用力 F 與 伸長量 x 成正比，即 $F = kx$

其中比例常數 k 稱為彈力常數， k 愈大者表示愈難拉長或壓縮。

k 之單位：可為 kgw/m 、 gw/cm 、 N/m 、 kg/s^2 (將牛頓 N 換成 $\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$) ...等。

單位換算： $1 \text{ N/m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N/cm}$ ； $1 \text{ N/cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ N/m}$

例 1. 下列何者可為虎克定律中彈簧力常數 k 的單位？(A)公尺／牛頓 (B)公尺／秒²
(C)公斤／秒² (D)公斤／公尺² (E)牛頓／公分 (F)克／公分

例 2. 一水平彈簧之一端固定，以 3.53 公斤重的力拉另一端，全長為 0.182 公尺；拉力改為 9.03 公斤重時，全長變為 0.310 公尺。此彈簧的彈力常數為何？【80 夜大】

類 2-1. 一彈簧受力與其長度的關係如下表：

受力 (kgw)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
全長 (cm)	12.6	13.2	13.8	14.4	15.0	15.6	16.0	16.3

(a)該彈簧的彈性限度約為若干？ (b)彈力常數是多少？ (c)若一力作用其上時，彈簧全長為 14.0 公分，則此力量值若干？

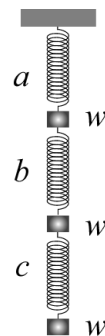
類 2-2. 一遵守虎克定律之均勻彈性繩，其長度為 L ，將此彈性繩均勻拉長至 $1.2L$ 之長度，並將其兩端固定，測得繩上之張力為 F ；今將此彈性繩再均勻拉長至 $1.6L$ ，並將其兩端固定，則繩上之張力為若干？

例 3. 下圖兩相同之彈簧以不同之方式施力，試求兩情況之合力、及彈簧指針指示值各為何？又兩彈簧之伸長量何者較大？



類 3. 一彈簧沿鉛直方向懸掛 80gw 之物體時，全長為 22cm ；改掛 140gw 之物體時，全長為 22cm ，(a)該彈簧之彈力常數為何？(b)若將彈簧橫放水平光滑桌面上，在其兩端施加拉力 F 時，全長為 25cm ，求 F 。

例 4. 如圖，有三條彈力常數均為 k 之彈簧 a 、 b 、 c 吊三個重為 w 之物體而呈平衡，設彈簧重量不計，則每條彈簧之伸長量為何？



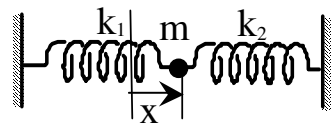
類 4. 一均勻彈簧水平放置未受力時長度為 1 米，在其上依次以 1 厘米之間隔畫上刻度 0 、 1 、 2 、.....、 99 、 100 。設此時彈簧遵守虎克定律。今將此彈簧 0 刻度的一端掛在天花板上，令另一端自然下垂，平衡時測得刻度 50 與 51 相距 1.1 厘米，則下列各項中兩刻度間距離最接近 2.1 厘米的是：(A) 0 與 2 (B) 24 與 26 (C) 49 與 51 (D) 74 與 76 。【74 聯考】

例 5. 一定滑輪掛於天花板下，一繩子跨過滑輪兩端懸掛，繩上串聯一彈簧秤。一重量 40kgw 的小孩雙手各拉住繩子的兩端懸於空中，則彈簧秤的讀數應為多少公斤重？

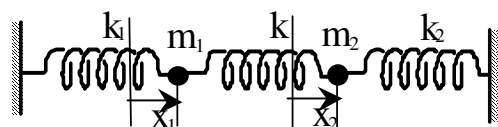
◎若將方向考慮進去時，虎克定律之形式為 $\vec{F} = -k\vec{x}$ ：

施一外力 \vec{F} 使物體伸長 \vec{x} 達平衡，此時物體合力（外力與彈力）為零，故外力 $\vec{F} = k\vec{x}$ ，但物體所受之彈力 $\vec{F} = -k\vec{x}$ 。

例 6. 一物體質量為 m ，以彈力常數分別為 k_1 、 k_2 之彈簧連繫起來，如右圖所示。在不考慮重力及摩擦力的情形下，設物體偏離其平衡點之位移為 x （設向右位移時 x 為正），則物體此時所受之淨力為何？



類 6. 二物體質量分別為 m_1 及 m_2 ，以彈力常數分別為 k_1 、 k 、 k_2 之三個彈簧連繫起來，如右圖所示。在不考慮重力及摩擦力的情形下，設 m_1 及 m_2 物體偏離其平衡點之位移分別為 x_1 及 x_2 （設向右位移時 x 為正），則 m_2 物體此時所受之淨力為何？【84 聯考】
 m_1 物體此時所受之淨力為何？



【主題二】彈簧的串聯與並聯

◎彈簧的並聯：當彈簧並聯時，彈簧變難拉長或壓縮了，故彈力常數 k 變大。此時等效的彈力常數 k 恰為各彈簧的彈力常數之和，即：

$$k = k_1 + k_2 + k_3 \dots \quad (\text{類似電阻的串聯})$$

【分析】①若外力施力 F ，此時每段彈簧之伸長量相同；而各段的總拉力和為 F （每段彈簧受力不同）。②並聯後的等效力常數必大於原來個別的值

pf：

◎彈簧的串聯：當彈簧串聯時，彈簧容易拉長或壓縮了，故彈力常數 k 變小。此時等效的彈力常數 k 恰為各彈簧的彈力常數倒數和之倒數，即：

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots \quad (\text{類似電阻的並聯})$$

【分析】①若外力施力 F ，此時每段彈簧均受相同的拉力 F ，但每段之伸長量不同。（總伸長量為各段伸長量之和）②串聯後的等效力常數必小於原來個別的值

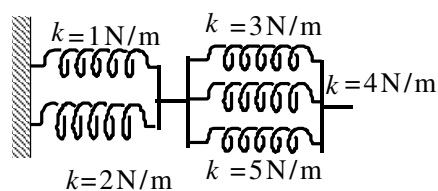
pf：

【比較】串聯時：各彈簧受力均相同，但伸長量不一定相同；

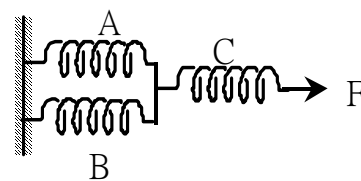
並聯時：各彈簧伸長量均相同，但受力不一定相同。

例 7.(a)求下列組合的等效彈力常數

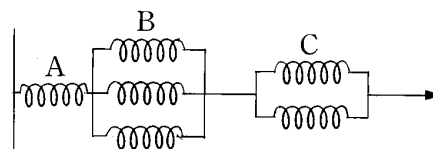
(b)若於最右端施一水平力 60N ，則各彈簧之受力與伸長量各若干？



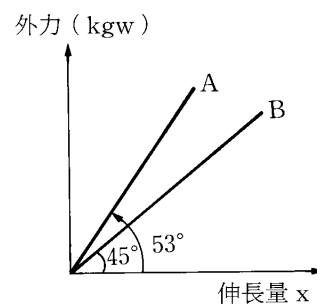
類 7-1. 將 A、B、C 三條彈簧排列如圖，已知 A、B、C 各彈簧之力常數分別為 k 、 k 、 k' 。則 (a) 彈簧組的等效力常數為何？ (b) 今施一力 F 拉之，則在力平衡的情況下，各彈簧的伸長量為何？



類 7-2. 圖中所示為輕質的相同彈簧組合，若 B 組伸長量為 x ，則整體的伸長量為何？



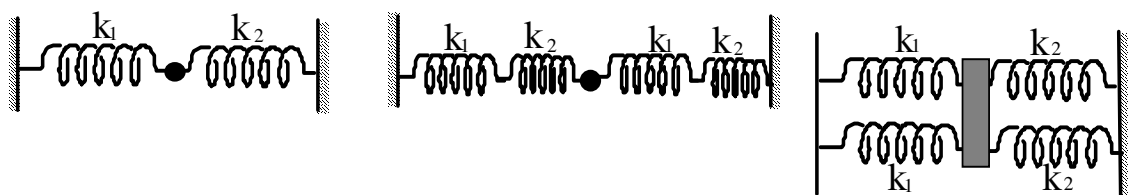
例 8. A、B 兩彈簧受力與伸長量之關係曲線，如附圖所示，今將兩彈簧串聯使用時，其彈力常數為何？



類 8. A、B 二彈簧，力常數各為 k 、 $2k$ ，串聯後兩端同時施拉力，使二彈簧的總伸長量為 S ，則拉力的大小為_____。

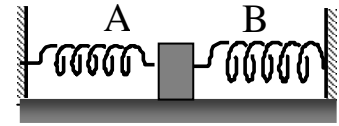
◎若兩端固定，此時等效彈簧要視為並聯的情況。(因為變難拉了)

例 9. 求下圖中各系統之等效彈力常數：

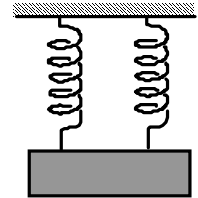


例 10. 將一彈力常數 k 之彈簧：(a) 剪成長度相等的兩段，求每段的力常數 (b) 將其並聯時之等效力常數 (c) 將其串聯時之等效力常數 (d) 若剪成長度比 3 : 1 的兩段，求兩段的力常數 (e) 若剪成長度比 $m : n$ 的兩段，求兩段的力常數。

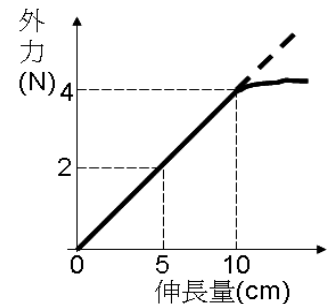
類 10. 將長度為 L ，彈力常數為 k 之彈簧，依 3:5 的長度比例，將此彈簧切割為 A 和 B 兩段，再組合如右圖所示之裝置。已知該裝置在平衡時，兩彈簧均沒有形變，若將物體由平衡點向右移動 x ，則須對物體施多大的力？



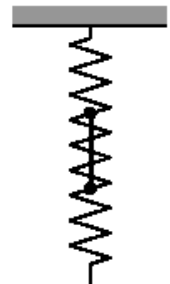
例 11. 將一重物懸吊於一質量可忽略的彈簧下，在鉛垂方向成平衡，此時彈簧的伸長量為 ΔL 。今將此彈簧由中間剪斷，利用被剪斷後的二彈簧將同一重物吊起，在鉛垂方向成平衡(如右圖所示)。若懸吊連接所耗去的長度可以忽略，則此彈簧組合被重物拉長_____。【87 聯考】



類 11. 由彈性物質的性質可知若將一彈性繩對折，相當於將此彈性繩裁剪成相同長度的二段繩，每段繩在相同的外力作用下，其伸長量為原來的一半。今有原長 20 公分的彈性繩，其外力與伸長量的關係如圖所示，將此彈性繩對折，其兩端點固定於天花板同一位置，並於對折點鉛垂懸吊一物體，然後再緩慢放手，平衡後發現物體下降 2.0 公分，則該物體重約為多少牛頓？【103 指定考科】



例 12. 一自然長度為 30 公分的輕彈簧，以 10 牛頓的外力拉長時，其伸長量為 6 公分。若在該彈簧不受外力時，將其中間三分之一長度的首尾兩點，以 10 公分長的細繩扣住，如圖所示，再以同大的外力拉長時，其伸長量為何（假設繩長不會因外力而變）？【93 指定考科參考卷】



二、習題

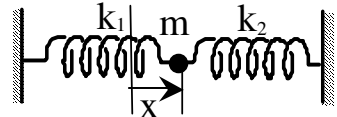
【Part A】基本觀念題

1. 什麼是虎克定律？彈力常數愈大表示什麼意義？
2. 彈簧串聯時，那些物理量相同？並聯時，那些物理量相同？
3. 若彈力常數為 1N/cm ，相當於多少 N/m ？

【Part B】加強練習題

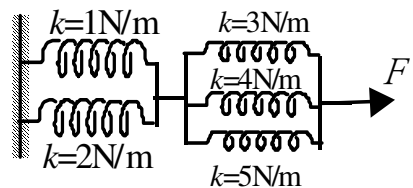
- 一滿足虎克定律之彈簧 A，質量可忽略不計，力常數為 k 。兩端同時施以 F 之水平力時可使彈簧伸長 L 長度。將彈簧 A 剪成兩相等長度，其中一段稱為彈簧 B。則下列敘述何者正確？(A)彈簧 A 兩端同時施以 $2F$ 之水平力時，可使彈簧伸長 $2L$ 長度 (B)彈簧 A 兩端同時施以 $2F$ 之水平力時，力常數成為 $2k$ (C)彈簧 B 兩端同時施以 $2F$ 之水平力時，可使彈簧伸長 L 長度 (D)彈簧 B 兩端同時施以 F 之水平力時，力常數為 k (E)彈簧 B 兩端同時施以 $2F$ 之水平力時，力常數為 $2k$

- 如附圖所示，彈力常數 $k_1 = 2\text{kgw/cm}$ ， $k_2 = 4\text{kgw/cm}$ ，今將物體右移 3cm ，則所需之力為多少 kgw ？



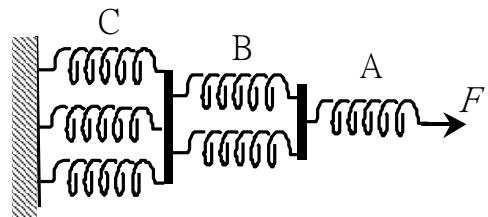
- 一彈簧之彈力常數 50N/m ，長度 100cm ，則其兩端各施以 20N 的反方向力時之長度為 l_1 ；若將彈簧一端固定，另端施以 20N 之拉力時，彈簧全長為 l_2 ，求 l_1/l_2 。
- 將一彈力常數 k 之彈簧剪成長度比 $2:1$ 的兩段，求每段的力常數。

- 五條彈簧彈力常數各為 $1、2、3、4、5\text{N/m}$ ，排列如圖，今向右方施一力 F ，求 (a)五條彈簧之受力比 (b)五條彈簧伸長量之比

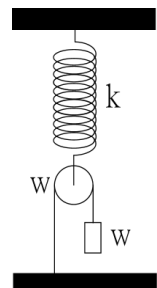


- 有兩條彈簧，串聯使用時彈力常數為 2kgw/m ；並聯使用時，彈力常數為 9kgw/m 。若個別彈力常數分別為 $k_1、k_2$ 且 $k_1 > k_2$ ，則序對 $(k_1, k_2) = ?$

- 力常數均為 11gw/cm 的 6 條彈簧組合如右圖，今施一水平外力 F ，使 A 彈簧伸長 6cm 。則 (a)B 組彈簧每條之張力為何？ (b)此彈簧組之總伸長量為何？



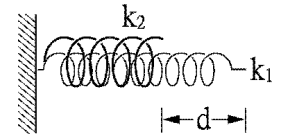
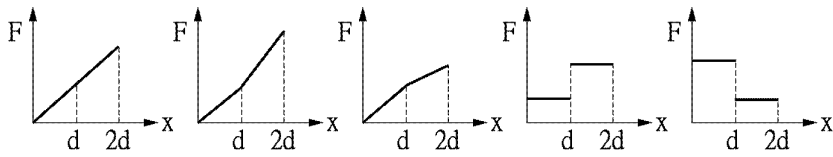
- 附圖中，假設定滑輪與懸掛物的重量均為 w ，在不計繩重與所有摩擦力的情況下，當懸掛物靜止不動時，彈簧（力常數 k ）的伸長量為何？



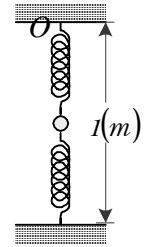
- A、B 兩彈簧，長度相同。今串聯使用懸掛一重物，總伸長量為 x ；並聯使用掛同一重物，總伸長量為 y 。若 $r = \frac{x}{y}$ ，則： (A) $r \geq 4$ (B) $3 < r \leq 4$ (C) $2 < r \leq 3$ (D) $1 < r \leq 2$ (E) $1 \leq r$ 。

10. 兩彈簧之力常數分別為 k_1 、 k_2 ，在彈性限度內，彈簧組如圖排列，則外力 F 與壓縮量 x 的關係圖為何？

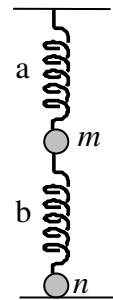
- (A) (B) (C) (D) (E)



11. 將兩條原長為 40cm、力常數為 10gw/cm 的彈簧與重量 20gw 的鋼珠串起來，並固定於間隔為 1m 的平板上，如圖。若不計鋼珠的體積，則上、下兩條的形變量大小之比值為 _____；上方 O 點處所受的彈簧拉力為 _____ gw。



12. 如圖所示，a 和 b 為兩條相同的輕彈簧，其長度為 20cm，力常數為 2.0 gw/cm，用於連接質量同為 20gw 的兩個小重物 m 和 n。彈簧 a 的上端固定於 A，重物 n 放在平台 B 上，全體保持鉛直，則：(a) 當 AB=54cm 時，平台 B 與重物 n 之間的交互作用力為何？(b) 當平台施於重物 n 之正向力為 8gw 時，AB 距離為何？



【3-2 力的合成與分解】

一、基本觀念與例題

◎因為力為向量，故可利用向量的合成與分解將數力合成一合力或將一力分成數個分力。

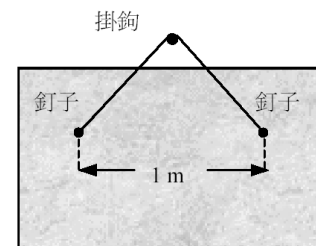
◎力的合成：①平行四邊形法 ②三角形法 ③坐標法。

例 1. 在一光滑水平的桌面上有一很輕的小銅環，被 3 條細繩拉住，細繩對銅環的作用力分別為 $F_1=6.00 \text{ kgw}$ 向東， $F_2=6.50 \text{ kgw}$ 向東偏北 60° ， $F_3=3\sqrt{2} \text{ kgw}$ 向西南，求三者之合力大小。

類 1. 甲、乙、丙三個固定的點電荷以庫侖力交互作用。已知甲受的合力為 $2\vec{i}$ 牛頓，乙受的合力為 $-3\vec{j}$ 牛頓，其中 \vec{i} 與 \vec{j} 分別代表沿 $+x$ 軸與 $+y$ 軸之單位向量；則丙受的合力為_____。【86 聯考】

例 2. 一條 100 公分長的細繩，在其下端繫上重量大於 30 牛頓的重物會將其扯斷。今若將細繩對摺，並在摺疊處掛上 30 牛頓的重物，而用雙手拉住細繩之兩端，慢慢往左、右兩邊張開，欲使細繩不被扯斷，則細繩之兩端最多可被拉開至相距_____公分。【88 聯考】

類 2. 小軒要在客廳裏掛上一幅 1 公斤重的畫(含畫框)，畫框的背面有兩個相距 1 公尺、位置固定的釘子。他將畫對稱的掛在牆壁的掛鉤上，掛繩最大可以承受 1 公斤重的張力，掛好後整條細繩呈緊繃的狀態(見圖)。假設細繩可以承受的最大張力與繩長無關，則細繩最少需要幾公尺才不至於斷掉？【93 指定考科】



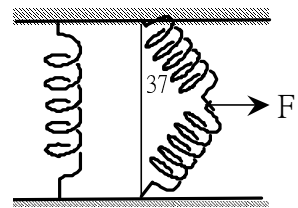
◎力的分解：可將一個力分解為兩個或兩個以上的力。若方向不限定時，分解的方法有無線多種，各分力的量值不一定比合力小；但若限定分解成坐標軸上互相垂直的 x 分量與 y 分量時，則分法固定，分力的量值必不大於合力。

例 3.若將 5kgw 的力分解為 4kgw 和 6kgw 的兩個分力，這兩個分力的夾角大於或小於 90° ？

類 3-1.將量值為 3kgw 和 4kgw 的兩力合成時，合力的最大值和最小值各為何？

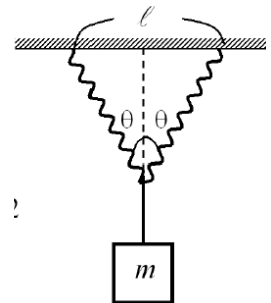
類 3-2.在量販店中以 5kgw 仰角 30° 之力量等速拉推車，求 (a)拉力沿水平方向拉車向前的分力是多少？ (b)摩擦力是多少？

例 4.一彈簧原長 L ，力常數為 k ，水平放置於光滑桌面上兩端固定，如圖左方所示。今自彈簧中點處施一水平力 F ，使其夾角與原來成為 37° 如右圖。則 F 大小為何？



類 4.一質量 m 之物體以兩根頂點相距 ℓ 的相同彈簧懸掛起來，兩彈簧間的夾角為 2θ ($30^\circ > \theta > 20^\circ$)，如圖所示。若彈簧的自然長度亦為 ℓ ，則彈簧的力常數為何？【93指定考科補考】

- (A) $\frac{mg}{\ell(\cot\theta - 2\cos\theta)}$ (B) $\frac{mg}{\ell(\cot\theta - 2\sin\theta)}$ (C) $\frac{mg}{\ell(\tan\theta - 2\cos\theta)}$
 (D) $\frac{mg}{\ell(\tan\theta - 2\sin\theta)}$ (E) $\frac{mg}{2\ell\sin\theta}$



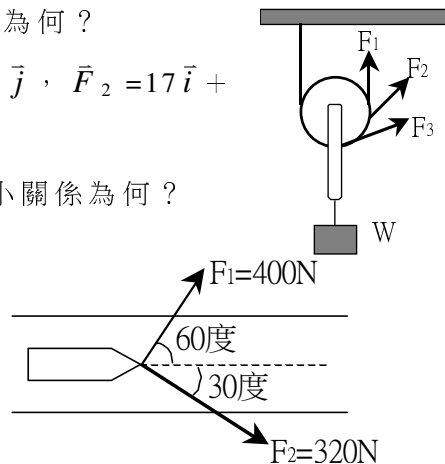
二、習題

【Part A】基本觀念題

- 一河道中間有一船，河兩岸的人分別由船首拉出一條繩子欲將船往前拉。則這兩條繩子間的夾角愈大或愈小才容易將船拉動？
- 一峽谷的兩岸之間，懸掛起繩索供人攀爬。則懸掛的繩索拉的愈直愈容易斷裂或是懸吊的愈彎曲愈容易斷裂？
- 兩個大小為一定的共點力，如其間的夾角由 0° 增至 90° 時，則其合力的大小如何變化？【62 聯考】

【Part B】加強練習題

- 有五個力分別為 $5gw$ 、 $10gw$ 、 $15gw$ 、 $20gw$ 、 $25gw$ 同時作用於物體某一點上而呈平衡，則其中 $5gw$ 、 $10gw$ 、 $15gw$ 、 $20gw$ 四個力的合力應為何？
- 有三個力作用於一物體達到力平衡，已知 $\vec{F}_1 = 10\vec{i} - 4\vec{j}$ ， $\vec{F}_2 = 17\vec{i} + 2\vec{j}$ ，求第三個力 \vec{F}_3 。
- 一動滑輪裝置如右圖，欲將物體等速升起，則三力大小關係為何？
- 兩個成人和一個小孩沿運河拖一艘船，成人之拉力分別為 F_1 、 F_2 ，如圖。欲保持船在河中心行駛，小孩施力之最小力為何？



【銜接教材----力的種類】

一、基本觀念與例題

◎在分析力學問題時，第一步必須找出所有作用於物體的外力。一般而言，我們可將這些外力分為兩大類：

(一) 接觸力：外力必須與物體接觸時才發生作用，常見的接觸力包括：

1. **彈力 F** ：在彈性限度內，由虎克定律可知物體受到之彈力 $\vec{F} = -k\vec{x}$
2. (繩子) **張力 T 、拉力、推力**：不考慮繩重時，同根繩子上之張力為一定值。
3. **正向力 N** ：接觸面上的支持力，方向必垂直接觸面。
4. **摩擦力 f 、阻力**：阻止物體前進的作用力，方向通常與欲運動之方向相反。
5. **浮力 B** ：在流體中，浮力為排開之流體體積重，方向向上。

(二) 超距力：即使未與物體接觸亦可發生作用力，常見的超距力包括：

1. **重力 W** ：物體受萬有引力 $W = mg$ ，方向指向(地)球中心。
2. **電力 F_E** ：若物體帶電荷 q ，則在電場中受電力 $F = qE$ 。(高三詳述)
3. **磁力 F_B** ：若物體帶電荷 q ，並以速度 v 運動，則在磁場 B 中受磁力 $F = qvB$ 。

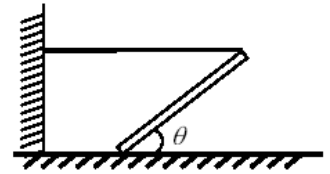
◎找出所有外力後，將力做適當的合成或分解，即可利用靜力平衡的條件或牛頓定律(第四章)加以分析，則所有的力學問題均可迎刃而解。

例 1. 找出所有作用在物體上的外力：

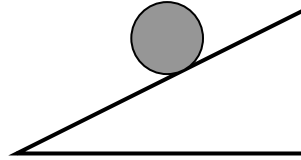
- (a) 用力下壓置於書桌的書本 (b) 水平桌上放置 A、B、C 三塊磚塊
(c) 懸掛在天花板下的吊燈 (d) 將小球水平拋出後
(e) 一物體靜置於彈簧下端 (f) 靜置於斜面上的書本 (g) 置於光滑斜面上的小球
(h) 置於光滑 V 字型木板間的球 (i) 光滑地板上，用手水平推一靠在牆面上的木塊
(j) 在量販店等速推推車 (k) 水平風吹拂下，拉著一顆氫氣球
(l) 雨滴落下瞬間和之後等速落下時 (m) 放在光滑半球型碗中的長筷子
(n) 小英和小胖坐在蹺蹺板上且距中心等長。

例 2. 分析各題之力圖。

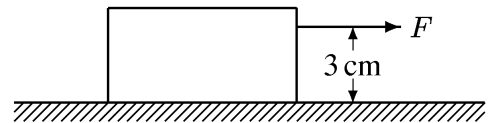
(a) 棒子靜止在粗糙水平地上，繩子為水平【96 指定考科】



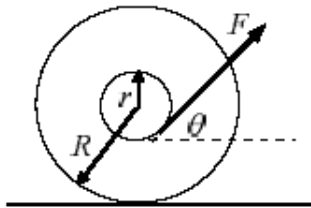
(b) 球重 W 在粗糙固定斜面上滾動



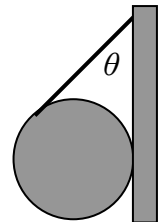
(c) 水平施力使木塊等速移動【92 指定考科】



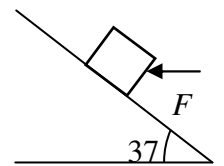
(d) 施力 F 使線軸等速移動【91 指定考科】



(e) 均勻的球重 W ，以細線懸吊於牆壁上，線與牆壁的夾角為 θ



(f) 均勻金屬塊於斜面上受一固定方向及量值的水平力 F 作用，恰可使金屬塊沿著斜面等速度向下滑動。已知金屬塊與斜面間的動摩擦係數為 0.50 若將金屬塊視為一個質點，畫出金屬塊在斜面上所受各外力的力圖，並標示各外力的名稱。【104 指定考科】



【3-3 力矩】

一、基本觀念與例題

◎若以同樣大小的力量開門，但力的方向不同，甚或施力點的位置不同，開起門來卻有著不同的難易程度。因此我們必須定義一個物理量來代表旋轉效果的難易程度，此物理量即為力矩 τ 。

◎力矩 $\tau = \text{外力 } F_{\perp} \times \text{力臂 } d$ （此處 F_{\perp} 代表與力臂相垂直方向才有效果，與力臂相平行的力對於旋轉是沒效果的→不信的話用平行力推門試試看）
 $= F \sin\theta \times d$ （此處 θ 代表外力 F 與力臂 d 之夾角）
 $= F \times d \sin\theta$
 $= F d \sin\theta$

力矩之單位：牛頓-米 (N-m)、kgw-m、...均可。

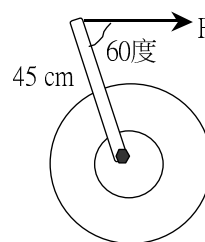
力矩之方向：順時針或逆時針方向。通常逆時針取為+，順時針為-。（嚴格說來應是 \vec{F} 與 \vec{d} 外積的方向）

力矩之意義：使物體改變轉動快慢的效果。

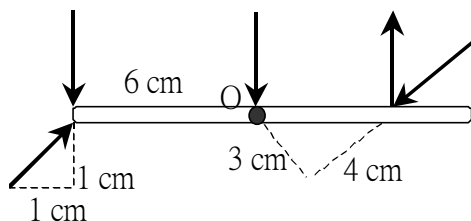
【分析】①通過轉軸的外力之力矩為零。（因為力臂為零），例如向心力對轉軸產生的力矩為零，故轉動的效果不變，為等速率圓周運動。

②注意公式中為 $\sin\theta$ ，若寫成 $\cos\theta$ 那就變成功的定義了！

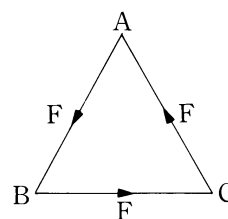
例 1. 小威將輪胎換好後須將螺帽轉緊，說明書載明需以 9.2 kgw-m 的力矩來轉，螺帽才不至於鬆動。若手握扳手處與螺帽距離 45 cm，施力方向夾角 60° ，求手施力的大小。



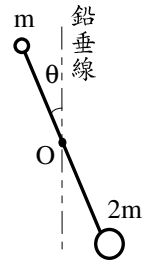
例 2. 設 O 為支點，圖中五個力之大小均為 10 牛頓，試求下圖之合力矩。



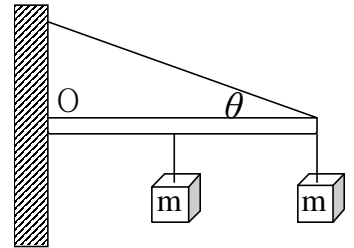
類 2. 大小為 F 的三力分別作用在邊長 a 的三角形頂點上，如圖，則三力對 C 點的合力矩為何？



例 3. 一長度為 d ，質量可以略去的細桿，其中心點 O 固定，兩端各置有質量為 m 及 $2m$ 的質點；細桿與鉛垂方向之夾角為 θ (如右圖所示)。設重力加速度為 g ，則重力對 O 點所產生的力矩之量值為何？【87 聯考】

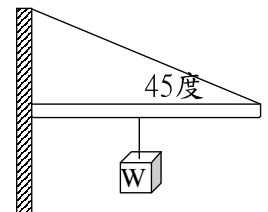


例 4. 如圖，取一長 L 之橫木棒，本身重量不計，棒的一端垂直靠著牆，接觸點為 O 點，另一端以一繩繫於牆上，繩與水平成 θ 角。棒上中點處與端點處各懸掛一質量 m 之物體。

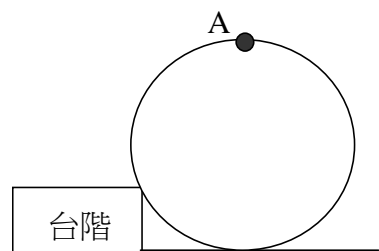


- 分析木棒所受的力圖
- 寫出順時針方向對 O 點產生的力矩大小
- 若繩子張力為 T ，寫出逆時針方向對 O 點產生的力矩大小
- 合力矩為何？
- 求出繩子之張力 T 。

類 4. 一木棒長 L ，質量可忽略，在中點懸一重 W 之物體，一端以樞鈕固定於牆上，另一端用繩以 45° 角懸在牆上如圖。求繩子張力。

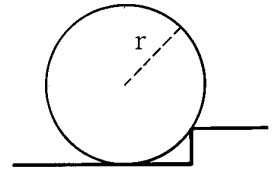


例 5. 有一圓柱體半徑 10 公分，質量 200 kg，欲使其滾過高 4 公分之台階，如右圖所示。



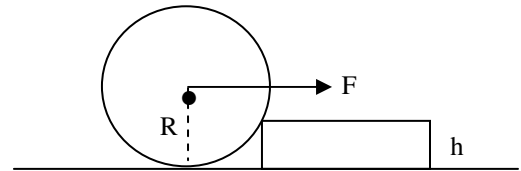
- 尚未推動時，分析物體受力圖。
- 分析在 A 點施一向左之水平力 F ，使圓柱體開始滾上台階時之受力圖。
- 寫出重力對台階支點產生之力矩。
- 水平力 F 對台階支點產生之力矩為何？
- 此時水平力至少多少牛頓？
- 若不限定在 A 點施力，則可將圓柱體推上台階的最小力為何？

類 5-1. 一車輪半徑 r ，重量為 W ，若欲使其滾上高度為 $\frac{1}{5}r$ 的台階，如圖，則施力於輪緣所需之最小力為何？



類 5-2. 如圖所示，有一半徑為 R 、重為 W 、材質均勻的光滑輪子，與高 h 的階梯接觸，靜置於水平地面上。今在輪子中心處施一水平力 F ，使其爬上階梯，若輪子不變形，回答下列問題。【98 指定考科】

1. 輪子在受到一水平力 F ，但尚未脫離地面，呈靜態平衡時，輪子受到哪些力？列舉並繪出其力圖。
2. 承上題，列出輪子所受垂直與水平分力的方程式。
3. 以輪子與階梯的接觸點為參考點，列出力矩方程式，求在輪子中心處最少需施力多少才能使輪子脫離地面？



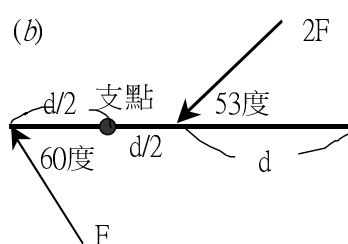
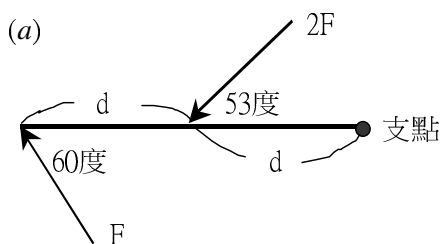
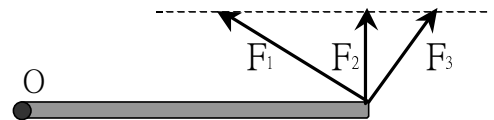
二、習題

【Part A】基本觀念題

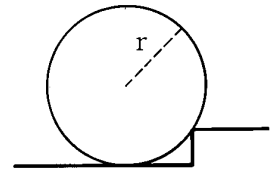
1. 力矩之大小取決於哪三個要素？
2. 寫出力矩的公式；力矩為向量或純量？
3. 合力矩為零時，物體會發生什麼變化？

【Part B】加強練習題

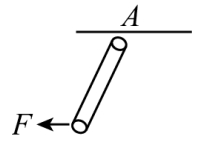
1. 數個力同時作用於物體，其合力等於零，則此物體可能 (A) 靜止不動 (B) 等速度移動 (C) 等加速度移動 (D) 在原處轉動。
2. 如右圖，對 O 點而言， F_1 、 F_2 、 F_3 三力何者產生的力矩較大？（虛線平行木棒）
3. 試求下兩個圖之合力矩。



4. 如右圖，一平放在地面上重 W ，半徑 r 之均勻圓柱，現欲將該圓柱推上高度為 $2r/5$ 的台階，(a) 在圓柱最高點施水平力推之，所需的最小施力為何？ (b) 若不限施力位置和方向，所需的最小施力又為何？

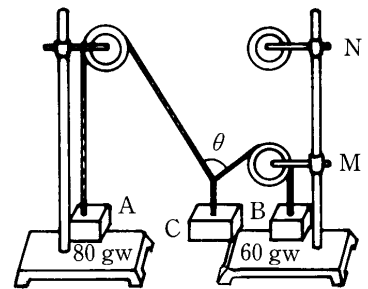


5. 右圖為一均勻木棒，上端接在樞紐，用水平力 F 非常緩慢的從下端把木棒拉起（緩慢拉的意思就是木棒時時刻刻都處於平衡狀態）， F 的大小及其對上端點 A 的力矩之變化情況為 (A) 力變大，力矩也變大 (B) 力變大，力矩變小 (C) 力變小，力矩不變 (D) 力不變，力矩也不變 (E) 力不變，力矩變大 (F) 力變小，力矩變大 (G) 力變小，力矩不變 (H) 力變小，力矩也變小

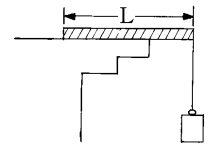


6. 附圖中的裝置已達成平衡，試回答下列問題：

- (1) $\theta = 90^\circ$ 時，物體 C 為_____。
- (2) 承(1)，若將滑輪 M 移至 N 的位置，則夾角 θ 將如何變化？
- (3) 若將物體 B 增為 70 公克重，則夾角 θ 如何變化？
- (4) 若將物體 C 增為 110 公克重，則 θ 必_____於 90° 。
- (5) 若 A 、 B 、 C 三物體均為 60 公克重，則夾角 θ 為_____度



7. 一均質木棒重 W ，長度為 L ，置於桌上而有 $\frac{1}{3}$ 的長度伸出桌外，如圖，今在其右端處懸一砝碼而使木棒恰不翹起，則砝碼之重量為何？



【3-4 力學中的平衡概念】

一、基本觀念與例題

◎一般我們可將平衡分為三種：

(一) 移動平衡：作用在物體之合力為零，但合力矩可能不為零。此時物體可能靜止、等速度（直線）移動、或發生轉動（如在力偶之作用下即為此情形）。

(二) 轉動平衡：作用在物體之合力矩為零，但合力可能不為零。此時物體可能靜止、等角速度轉動（如等速圓周運動）、或不轉動但發生移動（如推桌子前進，桌子沒翻倒）。

(三) 靜力平衡：作用在物體之合力、與合力矩皆同時為零。此時物體可能靜止、或保持等速度（直線）移動（此為動態的靜力平衡）、或系統保持原轉動狀態。

※力→使物體發生移動；力矩→使物體發生轉動。

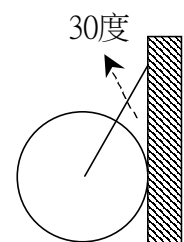
【主題一】移動平衡

◎物體移動平衡的條件是合力為零，故 $\sum_i \vec{F}_i = 0$

通常我們會適當選取 x - y 坐標，使互相垂直的 x 、 y 方向上，在 x 方向的合力為零、 y 方向的合力為零，即 $\sum_i F_{ix} = 0$ ， $\sum_i F_{iy} = 0$ 。

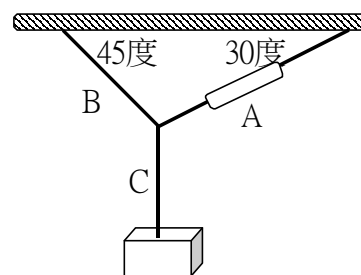
【注意】①坐標的選擇不會影響平衡的結果，因此可以自由選擇最適合的坐標來處理問題。（如下面例題 1）②若物體僅受兩力達到移動平衡，則此二力必定大小相等、方向相反、作用在一直線上。

例 1. 一銅球質量 10 公斤，以與鉛垂線夾角 30° 懸掛於光滑牆面上，如圖。求 (a) 繩子張力 (b) 牆作用於球的正向力各為多少？



類 1. 小明和小華兩人在滑梯上做遊戲。小華重 20 kgw，欲在傾斜角 30° 的滑梯上溜下去，小明則在滑梯頂上，用手以平行滑梯的方向的力拉住小華。若不考慮摩擦力，則小明需施力多大才可以拉住小華，使其靜止於滑梯上？

例 2. 如右圖，一物體以細繩 C 鉛直吊起，接至懸於天花板的 A、B 兩細繩，其中 A 繩另連接一彈簧秤。已知 A 和 B 兩繩與天花板的夾角分別為 30° 和 45° ，彈簧秤的讀數為 U ，試求 (a) 物體重 (b) B 繩張力 (c) C 繩張力



◎由前幾個例題可以發現，處理力學問題的步驟如下：

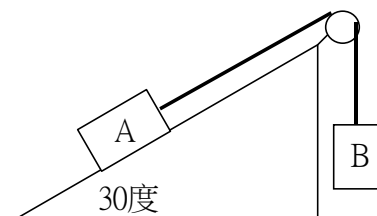
- ① 找出物體所有的受力圖。
- ② 適當的選擇 x-y 坐標。(通常是要分解的力愈少愈好~)
- ③ 將所有作用在物體上的力分解成 x 方向、y 方向 (注意分完後原來的力就由在 x、y 軸上的分力取代了! 不要重複算~)
- ④ 若為移動平衡，則在 x 方向的所有力之合力為零，y 方向的合力為零，即

$$\sum_i \vec{F}_{ix} = 0, \quad \sum_i \vec{F}_{iy} = 0。$$

⑤ 若為轉動平衡：則合力矩為零，即順時針力矩=逆時針力矩。

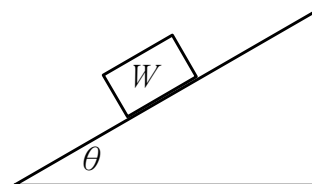
⑥ 若合力未平衡：則要用牛頓第二定律去求加速度。(第四章)

例 3. 兩木塊 A、B 之裝置如右圖，若斜面斜角為 30° ，斜面與滑輪均無摩擦。若 A 重 2.4 kgw ，且系統保持移動平衡。則 (a) 斜面對 A 木塊之作用力為何？ (b) B 木塊重若干？ (c) 繩子張力若干？

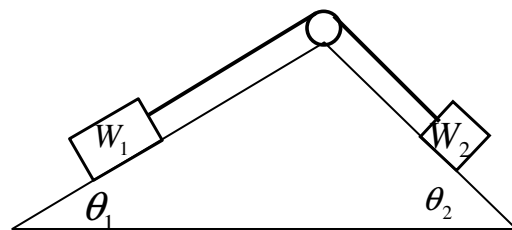


類 3-1. 如右圖所示，一重 W 的物體，置於斜角為 θ 的光滑斜面上

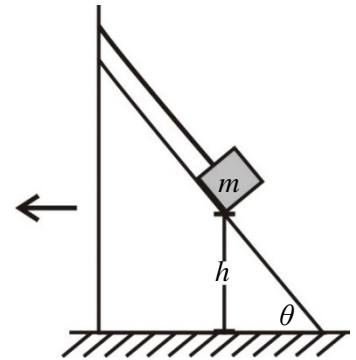
- (a) 若沿斜面向上施力使物體平衡時，斜面施於物的作用力為何？ 施力為何？
- (b) 若沿水平方向施力使物體平衡時，斜面施於物的作用力為何？ 施力為何？



類 3-2. 如圖所示，重量各為 W_1 、 W_2 的兩物體，置於光滑斜面的兩側，兩斜面的斜角各為 θ_1 、 θ_2 ，以輕繩繞過滑輪連接兩物體達成平衡時，則 W_1 和 W_2 的比值為何？



類 3-3. 水平地面上有一斜角為 θ 的光滑斜面，在其頂端以質輕之細線平行於斜面懸掛一質量為 m 的小體積物體，開始時斜面靜止且物體底部離地面之垂直高度為 h ，設重力加速度為 g 。當斜面靜止時，細繩上張力與物體所受斜面的正向力之比值為何？【102 指定考科】



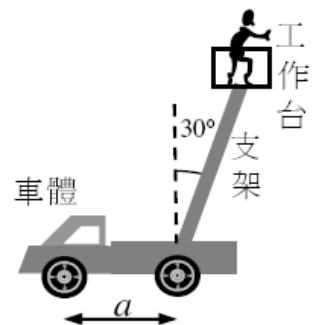
【主題二】轉動平衡

◎原為靜止的物體處於轉動平衡時，不會轉動，所受的合力矩為零。即 $\sum_i \bar{\tau}_i = 0$ ，
故順時鐘方向合力矩=逆時鐘方向合力矩。

例 4. 父親與孩子兩人坐翹翹板，父親重 60kgw ，距離中央支點 0.6m ，孩子重 30kgw ，距離支點 1.5m ；翹翹板重 10kgw (a) 翹翹板會保持水平嗎？此時地面對翹翹板之作用力為何？支點對翹翹板之作用力為何？
(b) 父親應坐在哪裡，翹翹板才能保持水平？此時支點對翹翹板之作用力為何？

類 4-1. 一同心輪軸的半徑分別為 20cm 及 5cm ，其上各繞以繩線，繞軸的繩掛上 10kg 的重物，以手拉繞輪的繩子使其上升，則手須施力多大才可將物拉起？

類 4-2. 圖為在水平面上的高架工作車示意圖，車體質量為 M (不含支架)，質心恰在前輪軸正上方，前後輪軸間距為 a 。均質支架質量為 $M/8$ ，支架底端的支點恰在後輪軸正上方。支架頂端工作平台與人員總質量為 $M/4$ ，質心恰在支架頂端正上方。設工作時支架與鉛垂線的夾角為 30° ，要使車體不至翻覆，支架長度最大可為多少？【99 指定考科】



【主題三】靜力平衡

◎原先靜止的物體，若同時處於移動平衡和轉動平衡，則稱為靜力平衡。此時合力與合力矩必須同時為零。即 $\sum_i \vec{F}_i = 0$ ； $\sum_i \vec{\tau}_i = 0$

【分析】①在靜力平衡時，不論對那一轉軸取力矩，合力矩必為零。

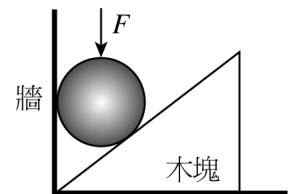
②物體受一對力偶的作用，雖然兩力之合力為零，但是合力矩不為零，物體不會移動，但是會轉動，故非靜力平衡。

◎在分析力學問題時，若有 N 個未知力，則必須要列出 N 個方程式才能解出各力大小。若僅有 $(N-1)$ 個方程式，則僅可知其比值。

例 5. 在光滑水平面上，有一正三角形的均勻面板，現以如圖所示的幾種方式施水平力，圖中各力的大小都相等(施力與面板邊緣的夾角為 0° 、 60° 、 90° 、 120° 或 150°)。試問下列圖中，哪些施力方式會使面板轉動而不會移動？【94 指定考科】



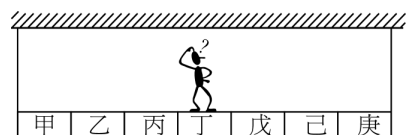
類 5. 一個截面為直角三角形的木塊放在水平地面上，在斜面上放一個光滑球，球一側靠在鉛直牆上，木塊靜止，如圖所示。若在球的最高點再施加一鉛直向下的力 F ，木塊仍處於靜止狀態，下列哪些力會因施加 F 力而增大？(A) 球所受的重力 (B) 木塊與球間的正向力 (C) 牆與球間的正向力 (D) 木塊與地面間的正向力 (E) 木塊與地面間的摩擦力。



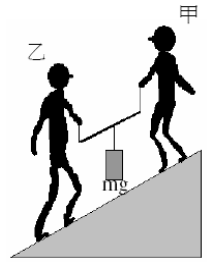
例 6. 兄妹兩人共同以一輕的扁擔，抬一 60kgw 的物體，兩人相距 1.5m ，物體置於距離兄 1.0m 處，若扁擔重量不計，則兩人各施力多大？

類 6-1. 一重量分布不均勻之書桌靜置於地面，若由書桌左側施一向上之力 F_1 可將左側抬起，若由書桌右側施一向上之力 F_2 可將右側抬起。則該書桌重量為何？

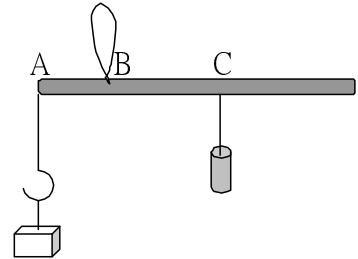
類 6-2. 如附圖所示，用兩條不可伸的繩子，使一質量均勻分布的平台懸吊成水平，平台上甲至庚的每一區塊寬度都相同，平台和繩子的質量可忽略。若張三的體重為 70 公斤重，而每條繩子最多只能支持 50 公斤重，而張三站在平台上的哪些區塊是安全的？(A) 只有丁 (B) 只有丙、丁、戊 (C) 只有乙、丙、丁、戊、己 (D) 所有區塊。【91 學力測驗補考】



類 6-3. 一重物以細繩固定於均勻木棒中心點，整個系統總重量為 mg 。
甲、乙兩人站在斜坡上，從木棒兩端鉛直向上提起重物而達靜力平衡，如圖所示。甲、乙兩人的施力量值分別為 $F_{甲}$ 與 $F_{乙}$ ，(a) $F_{甲}$ 與 $F_{乙}$ 何者較大？(b) $(F_{甲} + F_{乙})$ 與 mg 何者較大？【99 指定考科】

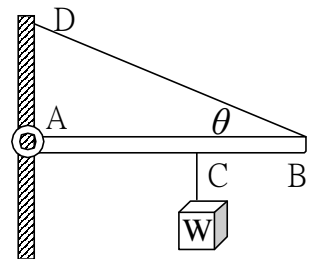


例 7. 桿秤是早期常見測量物體重量之工具。當桿秤平衡時，圖中 AB 長 6cm，BC 長 12cm，手握處 B 的重量刻度為零，C 處的重量刻度為 0.80 kgw，若桿重不計，(a) 手向上拉的作用力是多少？(b) 秤錘重若干？(c) 其刻度是否成線性？

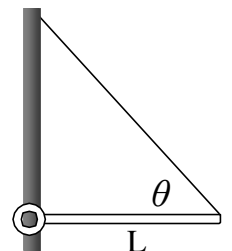


類 7. 一不等臂之天平，兩端秤盤重量可忽略，開始時保持平衡。若將待測物置於左端，得出之質量為 m_1 ；若將待測物置於右端，得出之質量為 m_2 。則待測物質量為何？

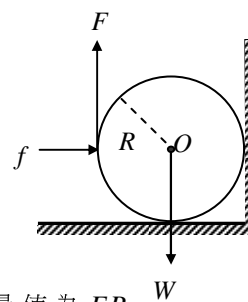
例 8. 一木棒重量不計，A 端以樞紐固定在牆上，在棒上 B 處用細繩繫在牆上 D 處，繩與棒之間的夾角 θ 為 30° 。另有一物體重 5.0 kgw 以細繩吊在棒上 C 處。若 AB 長 1.2m，AC 長 0.8m，則 (a) BD 繩的張力為何？(b) 牆壁作用於木棒的力為何？



類 8-1. 如圖所示，一重 W ，長為 L 之均勻木棒以鉸鍊固定在牆上，另一端以細繩懸吊使棒成水平，鉸鍊與水平夾 $\theta = 53^\circ$ ，則 (a) 繩張力為何？(b) 鉸鍊施予木棒之作用力大小為何？



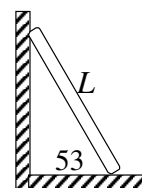
類 8-2. 一重量為 W 的均勻圓柱體，半徑為 R ，中心軸通過重心 O ，靜止置於一水平地板上。以一沿半徑通過 O 點的水平力 f 作用於圓柱體左側，使其右側緊靠著一鉛直的牆壁，並在 f 的作用點處施一向上之鉛直力 F ，使圓柱體仍與地板接觸而且保持靜力平衡，如圖。若地板與牆壁均非光滑，且所有的力矩均以 O 點為參考點，則下列敘述哪些正確？【101 指定考科】



- (A) 作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩的量值為 FR
- (B) 作用於圓柱體的靜摩擦力，其總力矩為零
- (C) F 所產生的力矩量值為 FR
- (D) W 所產生的力矩量值為 WR
- (E) F 與 W 的量值一定相等

例 9. 長度為 L 的梯子斜靠在光滑的牆壁上，梯子和水平地面之間的夾角為 60° ，一人重 50 公斤，站在梯上距梯子底端 $L/3$ 處。假設梯子靜止不動，而且梯子的重量可以忽略不計，求地面對梯子的作用力。

類 9. 長度為 L ，重 W 之均勻木棒，平衡地斜靠在光滑牆上，梯子與水平地面間的夾角為 53° ，則 (a) 牆面施於棒之力為何？ (b) 地面施於棒之作用力大小為何？

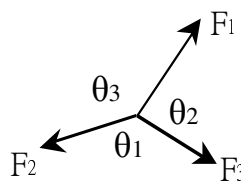


◎三力平衡的性質：

物體受不平行的三力作用，成靜力平衡時，有兩個重要的性質：

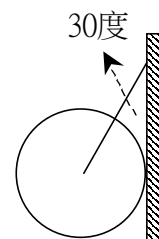
- ① 此三力的作用線必定共點。
- ② 作用力與角度的關係：由正弦定理可得

$$\frac{F_1}{\sin \theta_1} = \frac{F_2}{\sin \theta_2} = \frac{F_3}{\sin \theta_3} \quad \text{即所謂拉密定律。}$$

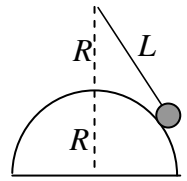


※若有四個力（或以上），可以先求其中兩個力的合力簡化為三個力再利用拉密定律求之。

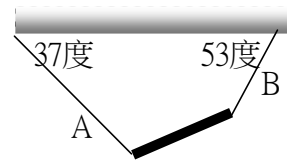
例 10. 一銅球質量 m ，以與鉛垂線夾角 30° 懸掛於光滑牆面上，如圖。求 (a) 繩子張力 (b) 牆作用於球的正向力各為多少？



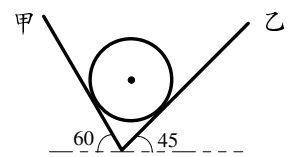
類 10-1.如圖所示，將一重 W 的小球，以長 $L=1.5R$ 之細繩懸吊，小球置於半徑 R 之光滑半球面上，懸吊點在該半球球心的正上方 $2R$ 處，則 (a)繩子的張力為何？ (b)半球施於小球的作用力為何？



類 10-2.以 A、B 兩繩繫一重量為 W 的均勻木棒，懸掛如圖。求 (a)二繩之張力為何？ (b)木棒與水平方向之夾角為何？

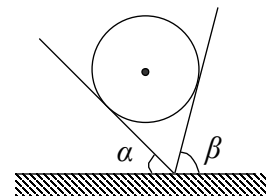


例 11.一重量為 W 之均勻圓球，架在底緣相靠之甲、乙兩光滑平板上，甲板與水平面成 60° 角，乙板與水平面成 45° 角(如圖)。設板與球間無摩擦力，則甲板施於球的作用力量值為：

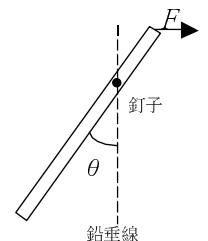


- (A) $\frac{2W}{1+2\sqrt{3}}$ (B) $\frac{2\sqrt{3}W}{1+2\sqrt{3}}$ (C) $(\sqrt{3}-1)W$ (D) $\frac{3\sqrt{2}W}{3+3\sqrt{3}}$ (E) $(3-\sqrt{3})W$ 。【78 聯考】

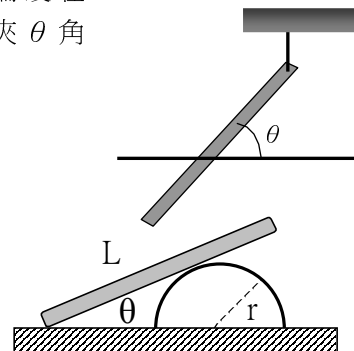
類 11.一均勻圓球置於一水平 V 型槽中，其截面如圖所示。球與槽壁面間無摩擦力，則球作用於右壁之力 \vec{F}_R 與作用於左壁之力 \vec{F}_L 之量值比值 F_R/F_L 為何？【90 聯考】



例 12.一均勻細桿，長 1 公尺，重量為 W ，在距離其上端 25 公分處以一釘子將此細桿釘在鉛直牆面上，使細桿可繞此釘子無摩擦地旋轉。今施一水平力 F 於其上端，使細桿偏離鉛垂直線 θ 角 ($\theta < 90^\circ$) (如圖)，則在平衡時釘子作用在細桿上力之量值為何？【89 聯考】

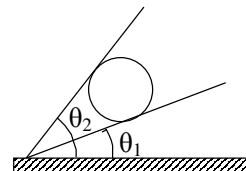


類 12. 如圖所示，一重 W 之均勻木棒，一端以細繩懸吊，另一端浸在水中，浸入水中長度為棒長 L 之一半，此時木棒與水面夾 θ 角，則 (a) 繩張力為何？ (b) 棒所受浮力為何？

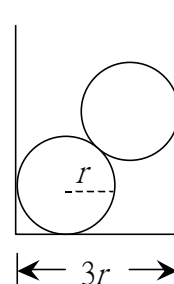


例 13. 右圖中，一均勻木棍重 W 為 1.6 kgw ，長度 L 為 1.2 m ，斜靠在半徑 r 為 0.4 m 的光滑固定半球面上，棍與粗糙地面的夾角 θ 為 30° ，求地面對木棍及球面對木棍的作用力。

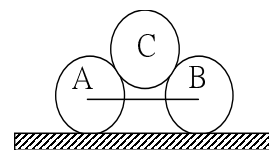
類 13. 右圖中，重量為 W 的均勻球體，置於兩光滑斜板之間，兩板的傾斜角分別為 θ_1 和 θ_2 ，兩板對球的正向力各為何？



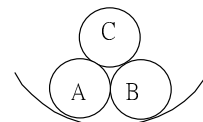
例 14. 兩相同的光滑球，重量皆為 W ，截面半徑為 r ，置於內壁光滑的長方體容器中，容器的寬度為 $3r$ ，如圖。求各作用力 (a) 圓球與容器底部 (b) 圓球與容器壁 (c) 兩圓球間。



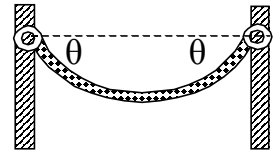
類 14-1. A、B、C 三個質量均為 m 的金屬光滑圓桶，半徑均為 50 公分。A、B 以一銅線連接如圖。線長 160 公分，張力為 T ，A、C 互相作用力為 F ，地面作用於 A、B 之力均為 N ，求 N 、 F 、 T 的大小。



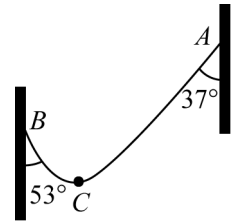
類 14-2. 將三個半徑皆為 R ，質量均為 m 的小球靜置於半徑 $3R$ 的大碗內如圖。求 (a) A 球作用於碗壁的力 (b) A、C 兩球間的作用力 (c) A、B 兩球間的作用力。



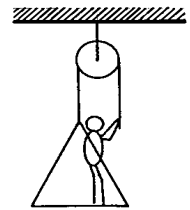
例 15. 一重 W 之鐵鍊，掛於同高之兩鉤間如右圖。鍊兩端與水平成 θ 角，求 (a) 鐵鍊作用於左鉤之力為何？ (b) 在鍊條最低點之張力大小為何？



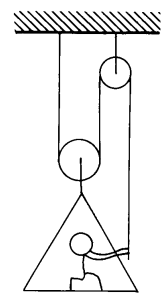
類 15. 一柔軟鐵鍊懸吊於兩牆之間，鍊重為 W ，A 點切線與牆夾角 37° ，B 點切線與牆夾角為 53° ，C 點為最低點，則下列敘述何者正確？
 (A) A 點之張力為 $\frac{3W}{5}$ (B) B 點之張力為 $\frac{4W}{5}$ (C) C 點之張力為 $\frac{12W}{25}$
 (D) C 點之張力為最小 (E) AC 之長度與 BC 令長度比為 16:9



例 16. 一人重 60 公斤站在一重 30 公斤之平台上，垂直拉下一繞過滑輪之繩索，如圖所示。設滑輪之摩擦力及繩索之質量可略而不計，則此人至少要施力多少始能將平台拉起？



類 16. 一人重 60 公斤站在一重 30 公斤之平台上，垂直拉下一繞過滑輪之繩索，如附圖，設滑輪及繩之摩擦與質量可略去不計，則此人至少要施力多少始能將平台拉起？



二、習題

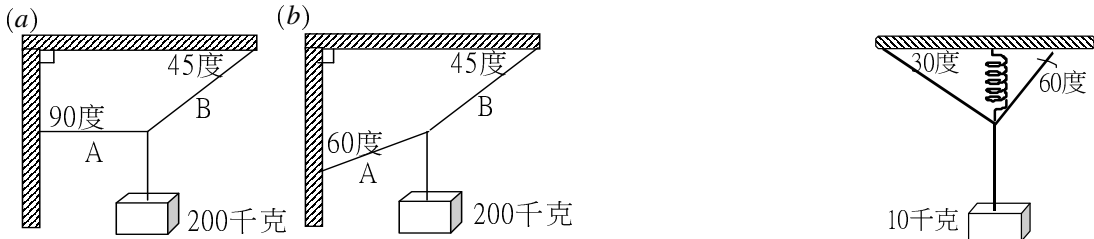
【Part A】基本觀念題

- 一物體受多力作用使其合力為零，則此物體可能：(A) 靜止 (B) 等速度移動 (C) 等加速度移動 (D) 在原處保持原速率轉動 (E) 做等速圓周運動。
- 一物體受多力作用使其合力矩為零，則此物體可能：(A) 靜止 (B) 等速度移動 (C) 等加速度移動 (D) 在原處保持原速率轉動 (E) 做等速圓周運動。
- 如何判斷一個物體達到靜力平衡了？
- 什麼是拉密定律？

- 我們發現有某力作用於物體，但物體保持不動，我們可以獲得什麼推論？
- 物體速度為零時，就處於移動平衡嗎？
- 一人懸空靠在間隔很近的兩面牆壁之間而未跌下，這是什麼原因？人共受哪些力？

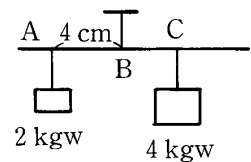
【Part B】加強練習題

1. 試求下圖中 A、B 兩繩的張力。【(b) 67 聯考】



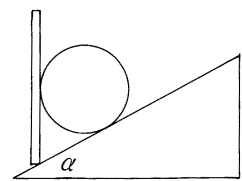
2. 一物體重 10 千克，以細繩及彈簧吊起平衡如右上圖。設彈簧原長 1.5 厘米，彈力常數 7840 牛頓/米，細繩較長者長度為 4 厘米，則較長細繩上的張力為多少千克？【70 聯考】

- (a) 如附圖所示：木尺水平平衡時，BC 的長度為多少？
(b) 若在 2 kgw 的物體下加掛 1 kgw 的物體，則在 4 kgw 的物體下，須加掛多重的物體，木尺才能水平平衡？

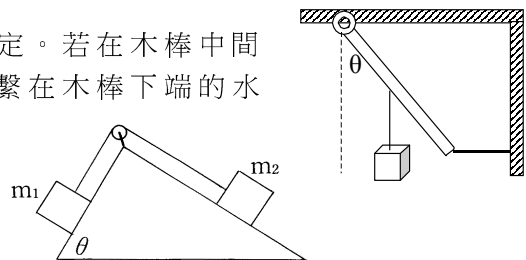


4. 當一物處於靜力平衡時，下列敘述何者正確？ (A) 作用於物體上諸力，可構成一封閉的多邊形 (B) 作用於物體上諸力，對任意支點之合力矩必為零 (C) 作用於物體上諸力，若為共平面之不平行力，則諸力之作用線必共點 (D) 光滑面與物體之間的作用力，只有垂直光滑面方向之力 (E) 若此物受有摩擦力，必為最大靜摩擦力

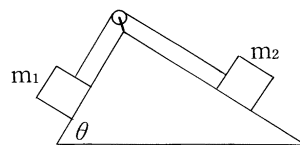
5. 小球放在固定的斜面上，如附圖，用一鉛直板擋住，所有接觸處均光滑，球的重量為 W ，則正確的敘述為：(A) 斜面對小球的作用力一定大於 W (B) 擋板對小球的作用力一定大於 W (C) 當斜角 α 增加時，斜面對小球的作用力變大 (D) 當斜角 α 增加時，擋板對小球的作用力變大 (E) 斜面對小球的作用力方向必與斜面垂直。



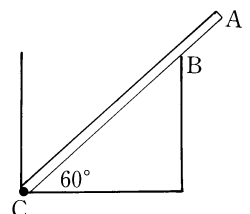
6. 如右圖，木棒長 L ，重可忽略。上端以樞鈕固定。若在木棒中間懸一重物 W ，且木棒與鉛垂線夾角 θ ，則此時繫在木棒下端的水平繩張力若干？



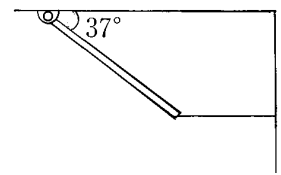
7. 如圖， $m_1=2$ 公斤， $m_2=3$ 公斤，設各接觸面均無摩擦，已知斜面頂角為直角三角形，若此質量系統保持平衡，則 $\tan\theta=?$



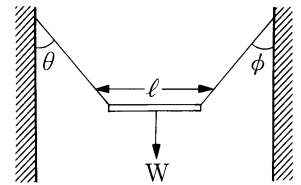
8. 如圖，一根質量均勻的木棒擱在杯子上，木棒重量 W ，木棒和杯子都是光滑的。若 $\overline{AB} = \frac{1}{3} \overline{BC}$ ，則杯子 B 點對木棒的作用力為何？



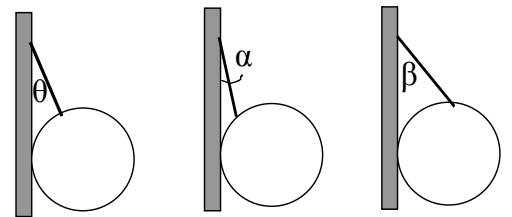
9. 一均質木棒重 W ，一端以樞鈕接於天花板，一端以輕繩水平繫於牆壁上，如圖，若木棒與天花板夾 37° 角，則樞鈕作用於木棒之力與繩上張力之比值為何？



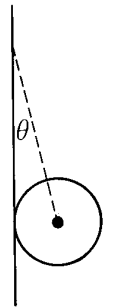
10. 一不均勻之桿重 W ，由二細繩懸掛於水平置，如附圖。一繩與牆之夾角為 $\theta=37^\circ$ ，另一角為 $\phi=53^\circ$ 。若桿長 $l=20.0$ 公分，則桿質心到左端之距離 x 為 _____ 公分。



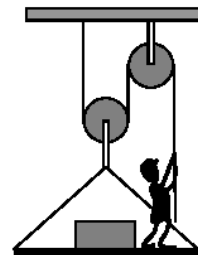
11. 右圖中，三均勻的球重 W ，各以細線懸吊於牆壁上，線與牆壁的夾角各為 θ 、 α 和 β ，甲圖中的細線方向通過球心，乙和丙圖則否，(a) 三圖中，牆壁與球之間有摩擦力嗎？若有，方向向哪裡？(b) 求甲圖中細線的張力和牆壁對球的作用力。



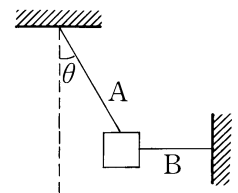
12. 如圖，一重為 W ，半徑為 R 的均質圓球，由一輕繩吊著，並靠在一光滑的牆壁上，若繩長為 L ，且 $L=2R$ ，則球作用於牆壁之力為何？



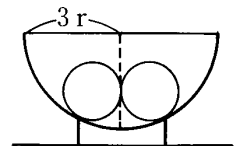
13. 如圖所示，有一搬運工人操縱滑輪組（由一個定滑輪和一個動滑輪組成），欲使本身和搭載的重物往上提升。設動滑輪和載物平台共重 20kg ，搭載的重物為 80kg ，則該工人的體重必須至少多重，才能達成任務？(A) 100kg (B) 80kg (C) 50kg (D) 40kg (E) 和人的體重無關。【93指定考科參考卷】



14. 如附圖所示，A 繩的張力為 T_1 ，將 B 繩剪斷後的瞬間 A 繩張力為 T_2 ，則 $\frac{T_1}{T_2} = ?$ (A) $\cos^2\theta$ (B) $\sin^2\theta$ (C) $\csc^2\theta$ (D) $\sec^2\theta$ (E) $\tan^2\theta$



15. 附圖半球形碗之半徑 $3r$ ，內置二個半徑 r 之小球，球重 W ，當呈平衡時二球間之兩互作用力 X 及球對碗壁之作用力 Y 應為何？



【3-5 重心與質心】

一、基本觀念與例題

◎質量與重量：

※質量 (mass)：常以符號 m 表之。

①質量代表該物體之慣性大小（也就是存在的多寡），並非代表力量的大小，必須在重力下才會表現出力量（由牛頓定律 $F=ma$ 得知力量大小為 mg ）。

②質量不會因為重力不同而發生改變。即使在無重力下質量亦為定值。

③測量方式：利用等臂天平兩端重力產生合力矩為零的方法量測。

※天平測出的質量不因重力而改變；在失重處雖無法使用天平，但質量仍不變。

※重量 (weight)：常以符號 W 表之。

①物體因受重力之影響而產生重量，屬於力的範疇。

②重量會因為重力不同而發生改變。在無重力下重量為零。

③測量方式：利用彈簧秤（虎克定律）量測。

例 1. 利用天平來量度物體的質量時，下列敘述何者正確？(A)利用物體呈靜平衡時，力矩的總和為零的原理 (B)所測得的質量與重力無關，故在無重力的太空中，也能測得 (C)在地球上及月球上所得結果相同 (D)在一等加速度上昇的電梯上所測得的物體質量比電梯靜止時者為大 (E)在一等速度下降的電梯中所測得的與在電梯靜止時測得的質量相等【73 聯考】

類 1. 物質在月球表面上受到的引力僅為地球表面上的六分之一，則下列敘述何者正確？【94 學力測驗參考卷】

(A)在地球上用天平量等重的鐵塊與棉花，在月球上依然等重

(B)在地球上用磅秤量等重的鐵塊與棉花，在月球上鐵塊重6倍

(C)在地球上用磅秤量得人的體重為42公斤，則在月球上為7公斤

(D)在地球與月球各用天平量同體積的黏土，則在地球上的質量為月球上的6倍

(E)在地球與月球各用磅秤量得42公克的黏土，則在地球上的體積為月球上的6倍

◎重心的概念：一系統可將其重量集中在某個點，該點即為重心。系統內各質點對重心達成轉動平衡（合力矩為零）。

例 2. 有一長度極長且附有刻度，但質量極輕的木條。在木條上放置三個物體，第一個物體重 10 公斤置於刻度 -2 cm 處，第二個物體重 4 公斤置於刻度 3 cm 處，第三個物體重 6 公斤置於刻度 5 cm 處。若要將木條提起而不傾倒，該由刻度幾公分處提起？提起的力量多大？

◎重心之位置：一度空間中，重心的位置 $X_G = \frac{\sum_{i=1}^N W_i x_i}{\sum_{i=1}^N W_i} = \frac{W_1 x_1 + W_2 x_2 + W_3 x_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots}$

※推廣至空間中，則重心的位置 $(X_G, Y_G, Z_G) = \left(\frac{\sum_{i=1}^N W_i x_i}{\sum_{i=1}^N W_i}, \frac{\sum_{i=1}^N W_i y_i}{\sum_{i=1}^N W_i}, \frac{\sum_{i=1}^N W_i z_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \right)$

※對三角形 ABC 而言，若 ABC 之質量相等，則恰得到數學上重心坐標之公式。

例 3. $\triangle ABC$ 頂點坐標 A (2, 0, 5); B (1, 3, 2); C (0, 3, -4),

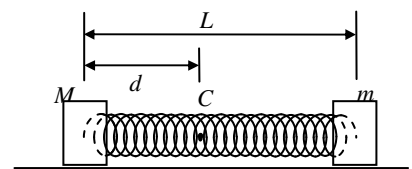
(a) 若 ABC 各點放置 1 公斤重之物體，則重心位置為何？

(b) 若分別放置 1 公斤、2 公斤、3 公斤重之物體，則三物體之重心為何？

類 3-1. 重量各為 W、2W、3W 之 A、B、C 三質點，其位置坐標分別為 (9,0)、(0,6)、(15,6)，求 (a) B、C 兩質點之重心位置為何？ (b) A、B、C 三質點之重心位置為何？

類 3-2. 如圖，求 M、m 的系統質心 C 到 M 的距離 d。

【101 指定考科】



例 4. 邊長為 1.0 公尺的正三角形 ABC 的三頂點上各置有重量為 0.2, 0.5, 和 0.3kgw 的小物體，求此組合的重心位置與 A 點的距離。

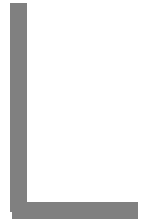
◎重心的求法：

密度均勻的物體，其重心就在幾何中心位置，例如均勻的正方形。長方形、平行四邊形等的重心在兩對角線的交點處；圓、圓環、球、球殼等的重心在圓心或球心處；三角形平板的重心在三邊中線的交點處。

物體重心的位置也可由實驗方法來測定：將一物體由不同處吊起，其鉛垂線的交點即是重心的位置。

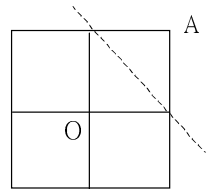
例 5. 物體的重心處一定有物質嗎？

例 6. 右圖為一厚度及密度皆均勻的 L 形曲尺，寬度甚小可以忽略，邊長分別為 0.8m 和 0.4m。求此曲尺的重心位置。



例 7. 自邊長 63 公分質料均勻之正方形 ABCD 木板中，截去三角形 COD 之部分（O 為正方形木板之重心）後，木板之重心移動多遠？

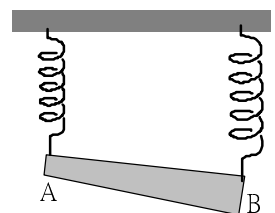
類 7. 一片對角線長度為 L 的正方形紙板，考慮以下兩種情況下，紙板重心的移動量：
(a) 將紙板之一角沿虛線部分截掉 (b) 將紙板之一角沿虛線對折，使 A 點與 O 點重疊。



例 8. (a) 自半徑為 R 的均勻圓板中，挖去半徑為 $R/2$ 之一個內切圓，求剩餘部分重心與原來圓心之距離。
(b) 自半徑為 R 的均勻圓球中，挖去半徑為 $R/2$ 之一個內切球，求剩餘部分重心與原來球心之距離。

類 8. 自半徑為 R 的均勻圓板中，挖去半徑為 $R/3$ 之一個內切圓，求剩餘部分重心與原來圓心之距離。

例 9. 一粗細不均勻的木棒 AB 長 32cm，在 AB 兩端各以彈簧秤鉛直吊起，秤上讀數分別為 60gw 和 100gw，如圖所示，棒的重心位置與 A 端的距離多少 cm？



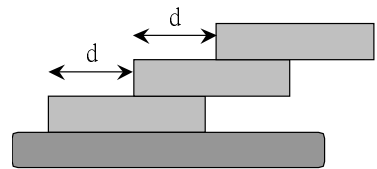
類 9. 一根長為 1.4m 粗細不均勻之鐵棒平放地面，若用力 45kgw 可將粗端提起，若用力 25kgw 可將細端提起，則 (a)重心在何處？(b)鐵棒之重量為何？

◎重心與質心：質量之中心稱為質心，一般在地表附近，質心位置即為重心位置。但在無重力狀況下，重心不具意義，而以質心取代。在某些特殊情況下，質心位置並不等於重心位置。

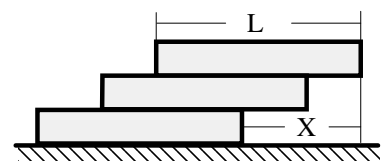
◎重心與平衡：若物體所受的重力產生的力矩不為零，則不能滿足轉動平衡，物體必然傾覆。可見物體的重心不可超出底面的範圍，才能平衡。

例 10. 設均勻木塊長度均為 L ，重量皆相同，將木塊不黏住，往上疊置，彼此錯開一距離 d ，欲保持平衡

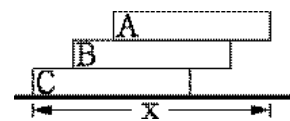
- (a) 兩塊木塊時， d 的最大值為何？
 (b) 三塊木塊時， d 的最大值為何？
 (c) 四塊木塊時， d 的最大值為何？



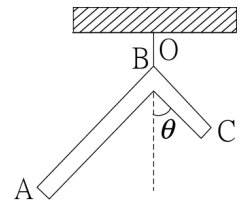
例 11. (a) 三個完全相同的均勻木塊，長度均為 L ，依序相疊（如右圖）。在能保持平衡的條件下，圖中的 x 可能的最大值是？【79 聯考】 (b) 若為四塊， x 可能的最大值為何？



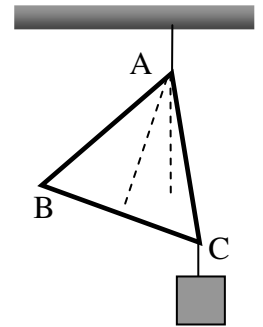
類 11. 如附圖，A、B、C 三木塊，每塊之長 24 公分，寬 10 公分，高 3 公分，每塊質量亦相同，能保持平衡，首尾最大水平距離 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 公分。



例 12. 如圖所示，一均勻的直角矩被懸於 O 點，若 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ，則 $\tan\theta = ?$



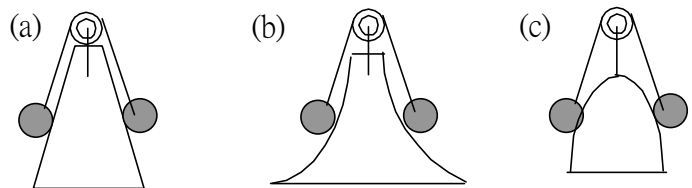
類 12. 如圖所示，一個重 W 之均勻正三角板 ABC ，將 A 點以細線懸吊之，使達成平衡。若在 C 點懸一重 $2W/3$ 之物體，整個三角板將自平衡位置轉動 θ 角，則此 θ 角之正切值為何？



◎平衡的種類：①穩定平衡，②不穩定平衡，③隨遇平衡。

判別方法：將物體做一個小小的位移，若能回原來平衡位置者為穩定平衡，無法平衡者為不穩定平衡，新位置亦可平衡者為隨遇平衡。

例 13. 右圖中，三個裝置均各由兩個重量相等的球以細繩連接，並跨過一滑輪分別放在不同形狀的錐體上，若繩重及摩擦不計，各屬於何種平衡？



◎增加穩定的程度之方法：降低重心（如走鋼索、不倒翁），加大底面積（如不倒翁）。

二、習題

【Part A】基本觀念題

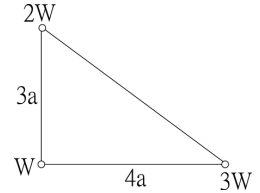
1. 天平量得的是物體的質量或重量？在沒有重力處是否可用天平？
2. 重心是否就是物體的幾何中心？
3. 重心的位置就是質心的位置嗎？
4. 重心是否可能在物體之外？
5. 把空的粉筆盒和裝滿的粉筆盒推倒，哪一個比較容易？為什麼？
6. 人在水中的獨木舟上站著和坐著時，哪個比較穩定？

【Part B】加強練習題

1. 月球與地球中心之距離約為 60 倍的地球半徑，已知地球質量為月球質量之 81 倍，則地球與月球之質心距離地球中心約為_____倍的地球半徑。

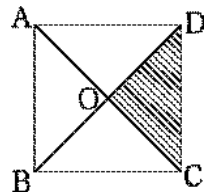
2. 將一長度 L 的均勻木棒，鋸掉 $L/5$ ，則此木棒的重心移動了多少距離？

3. 如附圖所示，三質點系統的重心距離直角頂為_____。



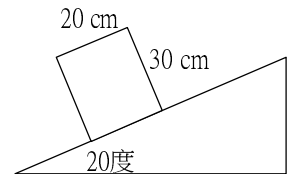
4. 正三角形邊長 8m，在三頂點處各置 5kg、3kg、2kg 之小球，則三者重心離 2kg 物體約為若干？

5. 邊長 a 的正方形均勻木板 ABCD，將右圖中斜線部分 COD 切除後，則 ABCOD 之質心距離 O 為何？

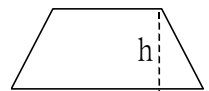


6. 比薩斜塔高 55m，直徑 7.0m，塔頂偏離原鉛直方向的位置 4.5m，視斜塔為一均勻的圓柱體，豎立在地面上，則：(a) 塔頂再偏離多少距離，斜塔就會傾覆？(b) 此時塔傾斜了幾度？

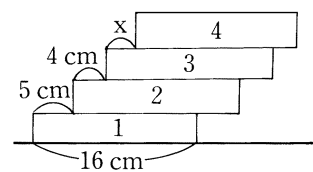
7. 固定斜面上有一長方形物體，如圖，高 30cm，寬 20cm，斜面的傾斜角為 20° 。若斜面與物體之間靜摩擦係數夠大，則物體會翻倒嗎？若否，斜面的傾斜角增為多少時，物體會翻倒？



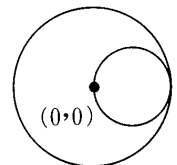
8. 一密度及厚度均勻的等腰梯形木板，其底角為 60 度，上底與下底的長度比為 2：3，高度為 h ，求其重心位置離下底中點若干？



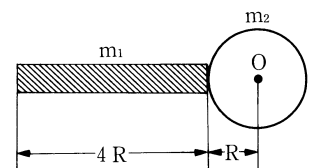
9. 相同的長方體木塊數塊，底邊長為 16 公分，如圖方式堆積；第二塊與第一塊相距 5 公分，第三塊與第二塊相距 4 公分，則第四塊必須與第三塊相距 x 為_____公分，此堆積恰好平衡。



10. 已知半徑為 R 及 $\frac{1}{2}R$ 的兩空心鐵球，互相內切，則共同質心距大球球心為何？(設兩鐵球厚度相同)



11. 質量 m_1 、長 $4R$ 之均質木棍與質量為 m_2 、半徑為 R 之圓球緊密接合，如右圖所示，則此系統之重心與球心 O 之距離為何？



【3-6 靜力平衡與靜摩擦力】

一、基本觀念與例題

◎**摩擦力**：為一種阻止兩物體做相對運動的力量。從微觀的角度分析，摩擦力是由於物體與接觸面間凹凸不平所造成。

◎**外力與摩擦力的關係**：

- 物體尚未啟動前，靜摩擦力 f 為阻止兩物體做相對運動的力，方向與接觸面平行，為阻止接觸面做相對運動的方向；其大小即為**外力的合力值**。
- 物體恰要啟動時，摩擦力達到最大，稱為**最大靜摩擦力 f_s** 。
- 物體開始運動後，摩擦力稍微變小達到一個定值。這個阻止兩物體做相對運動的力，稱為**動摩擦力 f_k** 。

【分析】靜摩擦力 f 並非定值，會隨外加拉力之增加而增大。但動摩擦力 f_k 約為定值。

例 1. 繪出外力與摩擦力之函數圖形。

◎**靜摩擦力的大小**：

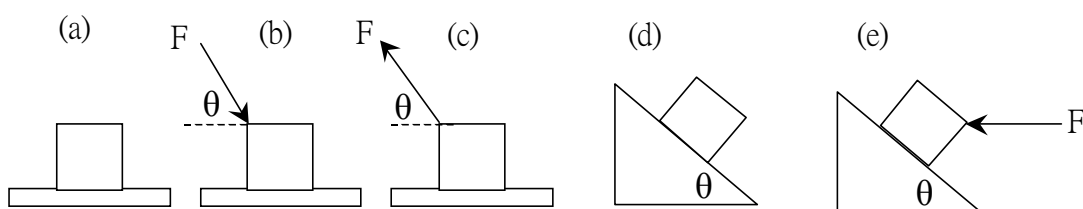
最大靜摩擦力 f_s 的數值與**正向力 N** 成正比，即 $f \leq f_s = \mu_s N$ ， μ_s 稱為靜摩擦係數，與接觸面的性質有關。而靜摩擦力的大小和接觸面積無關。

※代公式時， f 和 N 之單位必須一致，因此摩擦係數是沒有單位的。

例 2. 一質量為 10 公斤之物體置於水平桌面上，以一水平力 9.8 牛頓拉它，恰可使之啟動。則物體與桌面之靜摩擦係數為何？

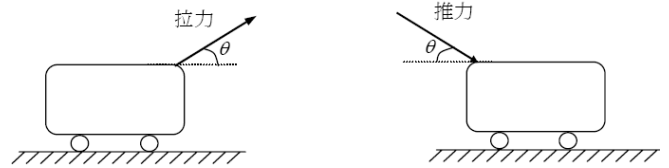
【比較】一質量為 10 公斤之物體置於光滑水平桌面上，以一水平力 9.8 牛頓拉它。則物體產生的加速度為何？

例 3. 設物體質量 m ，與接觸面之靜摩擦係數為 μ_s ，且均達靜力平衡。寫出下列各圖之正向力 N 、摩擦力 f 、及最大靜摩擦力 f_s 。

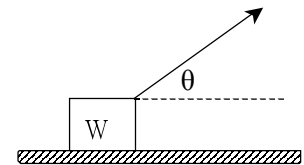


例 4. 一木箱重量為 60 kgw ，與地面之間的靜摩擦係數為 0.4 ，一人欲拉動木箱，(a) 所需的最小水平拉力為何？(b) 若水平拉力為 20 kgw 時，摩擦力為若干？(c) 若此人改以與水平成 30° 向下推和與水平面成 30° 向上拉，何者所需的力較小？各需施力多少？

類 4-1. 一人在水平地面上，分別以斜向上拉及斜向下推等兩種方式使行李箱等速度往前移動，若拉力及推力與水平面的夾角皆為 θ ，如圖所示。已知行李箱與地面的動摩擦係數為 0.30 ，且 $\sin \theta = 0.60$ ， $\cos \theta = 0.80$ ，則拉力大小為推力大小的幾倍？【97 指定考科】

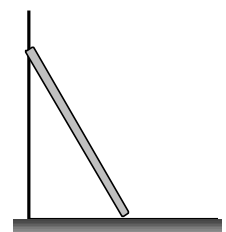


類 4-2. 如右圖，物體與地面之靜摩擦係數為 μ_s ，以一外力拉重 W 之物體，施力方向與水平夾 θ 角，則 (a) 外力至少需若干才可將物體拉動？(b) 若施力方向可以調整（即可改變 θ ），則欲使物體能在水平方向上運動，所需之最小力為何？【1997 奧林匹亞初選】

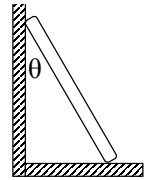


例 5. 長度為 L 的梯子斜靠在光滑的牆壁上，梯子和水平地面之間的夾角為 60° ，一人重 50 公斤，站在梯上距梯子底端 $L/3$ 處。假設梯子的重量可以忽略不計，若人稍往上爬，梯子即將滑動，則梯與地面間的靜摩擦係數是多少？梯與地面間的作用力為何？

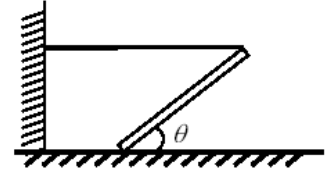
類 5-1. 如圖所示，一長度為 L 、重量為 W 的均勻木棒，斜倚在光滑牆壁上，棒與地面間之靜摩擦係數為 $3/8$ ，則此棒與水平面之間的最小夾角為何？



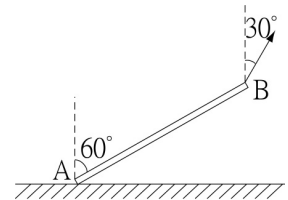
類 5-2. 有一梯子以傾斜角 θ ($\theta \neq 0$) 斜靠牆上如圖，若地面無摩擦而牆與梯子間之摩擦係數為 μ ，則 (A) θ 小於 $\sin^{-1}2\mu$ 時可以平衡 (B) θ 小於 $\cos^{-1}2\mu$ 時可以平衡 (C) θ 小於 $\tan^{-1}2\mu$ 時可以平衡 (D) 無論如何不能保持平衡 【69 聯考】



例 6. 有一均勻木棒，一端置於水平地面上，另一端以水平細繩繫至一鉛直牆壁，使木棒與地面夾 θ 角，如圖所示。若已知 $\tan \theta = 3/4$ ，則木棒與地面之間的靜摩擦係數至少應為多少，木棒才不會滑動？【96 指定考科】



類 6. 重 W 均勻木棒 AB 的 B 端以細繩拉引向上，若棒與鉛直夾 60° ，細繩與鉛直夾 30° 時，呈平衡狀態，則棒的 A 端與地面之摩擦力大小為何？



◎靜摩擦係數 μ_s 的測量方法：

將一物體置於一傾斜角可調整的粗糙斜面上，將斜角由零度漸漸增大，若物體於某個傾斜角 θ 恰要下滑，則此物體與接觸面之靜摩擦係數 $\mu_s = \tan \theta$

Pf：

※此測量方法量測出的摩擦係數 μ_s 與物體質量、接觸面積、傾斜角度無關，只和物體與接觸面的粗糙程度有關（這也就是摩擦係數的物理意義）。

例 7. 一木塊重 10 公斤置於一毛玻璃板上。若將毛玻璃板的一端傾斜至 37° 時兩者恰可發生相對滑動。則

(a) 將毛玻璃板水平放置時，要將木塊推動要多大的力量？

(b) 將毛玻璃板傾斜 30° 放置時，摩擦力有多大？

(c) 將毛玻璃板傾斜 30° 放置時，要將木塊向上推動至少要多大的力量？

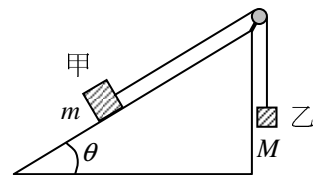
(d) 將毛玻璃板傾斜 30° 放置時，要將木塊向下推動至少要多大的力量？

例 8. 一傾斜角為 30° 的固定斜面上放置重 2kgw 的物體，物體和斜面之間的靜摩擦係數為 0.4 。今施以平行斜面向上的力使物體靜止在斜面上，求此力的量值範圍。

類 8. 一物體靜止放在與水平成 30° 的斜面上。設欲推動該物體沿斜面上滑所需平行於斜面之力為 F ，欲推動該物體沿斜面下滑所需平行於斜面之力為 $F/9$ ，則該物體與斜面之靜摩擦係數約為 (A) 0.80 (B) 0.72 (C) 0.58 (D) 0.40 【70 聯考】

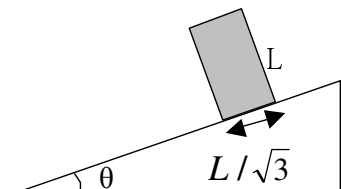
例 9. 如圖所示，在傾斜角為 θ 的斜面上，將質量為 m 的甲物體，以質量可以不計的細繩，繞過無摩擦之滑輪後，與質量為 M 的乙物體連接。若斜面與甲物體間的靜摩擦係數為 μ ，而甲與乙均靜止不動，則可確定其質量比 M/m 必為下列何者？

- (A) $M/m = \sin\theta + \mu\cos\theta$ (B) $M/m = \sin\theta - \mu\cos\theta$
 (C) $M/m = \cos\theta + \mu\sin\theta$ (D) $\cos\theta - \mu\sin\theta \leq M/m \leq \cos\theta + \mu\sin\theta$
 (E) $\sin\theta - \mu\cos\theta \leq M/m \leq \sin\theta + \mu\cos\theta$ 【91 指定考科預試題】



類 9. 質量為 0.7 公斤的某物體靜置於與水平面成 θ 角的斜面上，當 θ 角增至 37° 時，物體開始下滑。現將 θ 增至 45° ，並以一水平力作用於物體上使物體保持不動。則此水平力的量值範圍為何？【83 夜大】

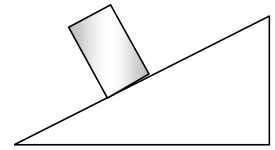
例 10. 如圖所示，一高度為 L 的均勻長方體，其正方形底面之邊長為 $L/\sqrt{3}$ ，靜置於一斜坡平面上，此長方體與斜坡面間之靜摩擦係數為 $\mu=1$ 。當傾斜角 θ 由 0° 開始，慢慢增加時，問：【91 指定考科範例】



(a) 傾斜角 θ 在哪個範圍內時，此長方體既不滑動，亦不傾倒？

(b) 在 θ 由 0° 開始持續增加的過程中，此長方體會先滑動還是先傾倒？為什麼？

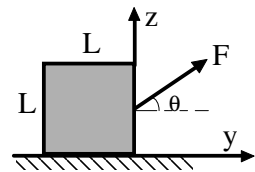
類 10. 如圖所示，一個半徑為 r ，高為 h 的均勻圓柱體，豎立在斜角為 θ 的斜面上，則圓柱體不致翻倒的條件為何？



例 11. 一底面為正方形之木箱置於水平面上，已知木箱重 75 公斤，底邊長 0.6 公尺，木箱與地面間之靜摩擦係數為 0.2。今施一水平力推此木箱，木箱恰要同時發生移動與翻倒現象，則 (a) 地面對木箱的正向力量值？ (b) 地面的摩擦力量值？ (c) 水平力的量值？ (d) 施力點離地面多高？

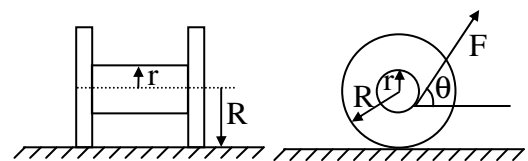
類 11-1. 水平桌面上有一邊長為 L 的正立方體，今在此立方體的某垂直面 (x - z 平面) 的正中央繫一繩，以此繩拉立方體，繩在 y - z 平面且與水平的 y 方向成 θ 角，如右圖所示。當拉力 F 逐漸增大時，發現在立方體開始滑動的同時，亦開始以 x 軸為轉軸發生轉動。設桌面與立方體間的靜摩擦係數為 μ_s ，則 μ_s 之值為：

- (A) $(1 + \tan \theta) / \cos \theta$ (B) $1 + \tan \theta$ (C) $1 / (1 - \tan \theta)$
 (D) $\cos \theta / (1 - \sin \theta)$ (E) $1 / (1 + \tan \theta)$ 【81 聯考】



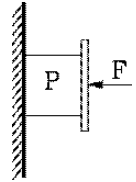
類 11-2. 在一水平面上有一線軸，其重量為 W 、內軸半徑為 r 、外軸半徑為 R ，線軸與水平面的動摩擦係數為 μ_k ，如圖所示。將一細繩的一端纏繞於線軸，另一端以力 F 斜

向上拉，施力方向與水平面的夾角為 θ ，如圖所示。則當滿足下列哪一條件時，此線軸會在水平面上等速移動而不會轉動？ (A) $F \sin \theta = \mu_k W$ (B) $W \cos \theta = F$ (C) $F r = \mu_k W R$ (D) $\sin \theta = r/R$ (E) $\cos \theta = r/R$ 【91 指定考科】

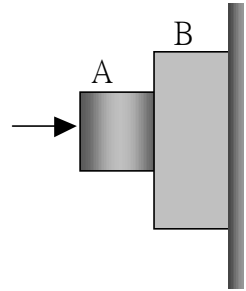


例 12. 一螞蟻沿著半徑 R 的碗內爬行，若螞蟻與碗壁間摩擦係數為 μ ，則螞蟻可以爬昇之最大鉛直高度為何？

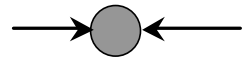
例 13.右圖所示物體重 P ，夾在木板和木板壁之間。在木板上用水平力 F 緊壓木板，使物體不致下滑，如果物體和木板及木板壁間的靜摩擦係數都等於 0.25 ，則力 F 至少應大於若干？



類 13.如圖所示，以 10kgw 之水平力推重量為 2kgw 與 3kgw 之 A、B 兩物體而達成平衡。若 A、B 間的靜摩擦係數為 0.3 ，則 (a)B 施於 A 之摩擦力為何？ (b)牆與 B 間之靜摩擦係數至少為何？



例 14.用一雙筷子平行夾住 0.2 公斤重之鐵球，若兩者間摩擦係數為 μ ，則施力 F 至少為何？ ($g=10\text{ m/s}^2$)



類 14-1.下圖左是以鑷子 POP' 夾住一玻璃珠的側面示意圖，圖右則是對 xy 水平面的俯視圖，即 POP' 是在 xy 平面上，且 PP' 通過玻璃珠的球心。在鑷子的兩側 Q 與 Q' 兩點各施以水平力將玻璃珠夾住。已知 $OP=OP'=6.0\text{cm}$ ， $OQ=OQ'=2.0\text{cm}$ ，玻璃珠的質量為 m 。假設該鑷子使用時不會形變，且要將玻璃珠夾起來，所需最小的水平施力為 F ，則下列敘述何者正確？(重力加速度 $g=10.0\text{ m/s}^2$) (A) 這樣的鑷子是一種省力的簡單機械 (B) 鑷子施於玻璃珠的合力大小等於 mg (C) 鑷子在 P 點施於玻璃珠的正向力大小為 $3F$ (D) 鑷子在 P 點施於玻璃珠的最大靜摩擦力等於 mg

若鑷子尖端與玻璃珠的靜摩擦係數為 0.15 ，玻璃珠重 100gw 。假設該鑷子使用時不會形變，則要將玻璃珠夾起來，所需最小的水平施力 F 約為多少 N？(A)5 (B)10 (C)15 (D)20 【92 指定考科參考卷】

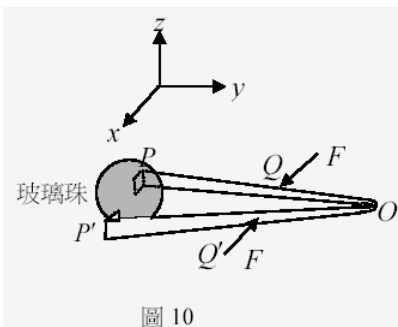


圖 10

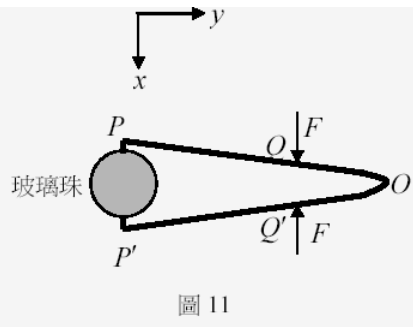
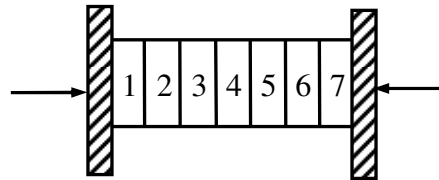


圖 11

類 14-2. 如圖所示，兩塊相同豎直板之間夾七塊重量皆為 W 的同種木塊(依序編號為 1~7，並且在兩豎直板外側施等大的正向力，若整體維持靜力平衡，則 (A) 每一木塊左右兩側所受的的摩擦力方向均相反 (B) 編號 2 與編號 3 木塊之間接觸面的摩擦力大小為 $2W$ (C) 編號 2 與編號 3 木塊之間接觸面的摩擦力大小為 $3W/2$ (D) 每一木塊所受的淨摩擦力大小均不同 (E) 每一木塊所受的淨摩擦力大小都一樣為 W 。

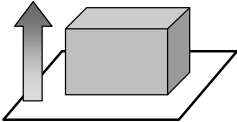


二、習題

【Part A】基本觀念題

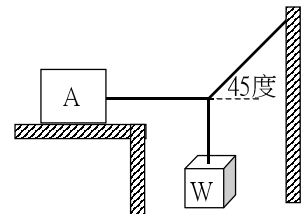
1. 同一物體水平置於相同接觸面時，施力不同時，靜摩擦力是否為定值？動摩擦力是否為定值？
2. 正向力 N 的大小必等於物體重量嗎？
3. 靜摩擦力必大於動摩擦力嗎？最大靜摩擦力必大於動摩擦力嗎？
4. 摩擦係數的意義為何？如何定義？是否有單位？
5. 如何量測靜摩擦係數？摩擦係數是否可能大於 1？
6. 若將一物體置於一的粗糙斜面上，將斜角由零度漸漸增大，若物體於 45° 角恰要下滑，則此物體與接觸面之摩擦係數為何？若將角度降為 30° 角時，此時之摩擦係數又為何？

【Part B】加強練習題

1. 有關摩擦力的敘述何者正確？(A) 靜摩擦係數與正向力之大小無關 (B) 最大靜摩擦力與正向力之大小成正比 (C) 摩擦力的大小與接觸面積成正比 (D) 最大靜摩擦力大於動摩擦力 (E) 正向力即物體之重量。
2. 有一木塊擺在平板上，今將平板的一端慢慢向上掀起（圖中箭頭所指處），在木塊發生滑動之前，木塊所受的摩擦力 (A) 逐漸變小 (B) 逐漸變大 (C) 先變大後變小 (D) 先變小後變大 (E) 保持定值。
 
3. 用拇指與食指夾住一張磁片，並使磁片保持鉛直靜止狀態時 (A) 由於拇指與食指恰相對，施於磁片的合力為零，故作用於磁片上的摩擦力為零 (B) 手指對磁片的摩擦力方向向下 (C) 手指對磁片所施的摩擦力方向向上 (D) 手指掐的愈重時，對磁片的摩擦力也愈大。
4. 一物體質量 10 公斤，靜置於仰角 37° 之斜面上，物體與斜面間之靜摩擦係數為 0.9，動摩擦係數為 0.5，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，則物體所受摩擦力為幾牛頓？
5. 重量 W 之物體在仰角為 θ 之斜面上保持靜止時，何者正確？(A) 物體所受合力為零 (B) 物體所受斜面的正向力大小為 W (C) 物體所受斜面的作用力大小為 W (D) 物體所受摩擦力的大小為 $W\sin\theta$ (E) 兩接觸面間之靜摩擦係數為必為 $\tan\theta$ 。

6. 在傾斜角為 θ 的粗糙斜面上置一物體，以平行斜面之力支持之。在物體得以平衡的範圍內，改變力的大小，發現其最大值為最小值的 n 倍 ($n > 1$)，則靜摩擦係數為何？

7. 一木塊 A 重 100 牛頓，和水平面間的最大靜摩擦係數為 0.30，如右圖。(a) 物體重 $W = 20$ 牛頓時系統平衡，則作用於物體之靜摩擦力為若干？(b) 欲保持系統平衡，則 W 之最大值為若干？

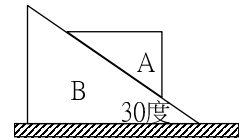


8. 一質量為 10 kg 的梯子，長度為 3m，與地面成 60° 斜靠在光滑牆壁上，梯與地面之間的靜摩擦係數為 0.4。有一重量為 60 kgw 的人沿著梯子往上爬，此人上爬多少距離時梯子會開始滑動？

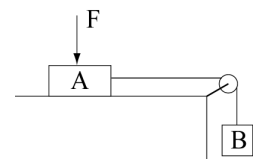
9. 重量為 W 牛頓的物體，在水平地板上受一水平推力 F 牛頓，結果作等速度運動，則地板作用於物體的力量值為_____。

10. 質量為 m 之物體，置於傾斜角為 θ 之斜面上保持平衡。斜面施於物體之正向力為 N ，摩擦力為 f ，靜摩擦係數為 μ_s ，重力加速度為 g 。則何者正確？(A) $N \cos \theta = mg$ (B) $N \sin \theta = f \cos \theta$ (C) $N^2 + f^2 = (mg)^2$ (D) $f = \mu_s N$ 【80 夜大】

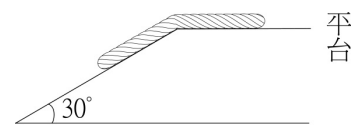
11. 水平桌面上有 A、B 兩塊楔形木塊堆疊在一起，均保持靜止如右圖。A 重 W ，B 重 $3W$ ，則 (a) B 對 A 的摩擦力量值為何？(b) B 對 A 的正向力量值為何？(c) B 對 A 的總作用力量值為何？(d) 地面對 B 的摩擦力量值為何？



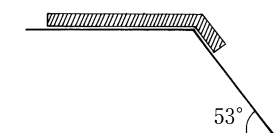
12. 如附圖，以輕繩繞過無摩擦的定滑輪而連接質量 2 kg 與 2.3 kg 的 A、B 兩物體。若 A 與桌面間之靜摩擦係數 $\mu_s = 0.46$ ，則欲使 A 維持靜止不動，下壓之外力 F 可為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5 kgw



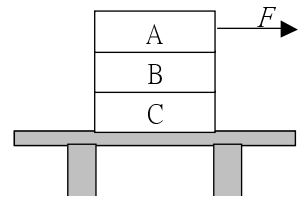
13. 有一粗糙的平台，其邊緣為一斜角 30° 的光滑斜面，今將一條均質繩置放其上，如圖所示，若繩與平台間之靜摩擦係數為 $\frac{1}{4}$ ，則在光滑斜面上的長度為全長的_____倍時，恰可使繩沿光滑斜面下滑。



14. 如圖均勻柔軟之繩長 ℓ 質量 m ，(a) 當 $\frac{1}{4}\ell$ 在斜面上時，繩子靜止，則繩與接觸面間之摩擦力為何？(b) 當 $\frac{2}{3}\ell$ 在斜面上時，恰將下滑，則繩與接觸面間之靜摩擦係數為何？



15. 如圖所示，重量各為 600gw 、 400gw 、 200gw 之 A、B、C 三本書，疊放在桌面上，A、B 間之靜摩擦係數為 0.6 ；B、C 間之靜摩擦係數為 0.35 ；C 與桌面間之靜摩擦係數為 0.32 ；今逐漸增加作用於 A 的水平拉力 F ，則此疊書將在何處錯開？



【3-7 靜力學應用實例】

一、基本觀念與例題

◎簡單機械：可分為槓桿、滑輪、斜面、輪軸...等。

◎槓桿：可分為三大類

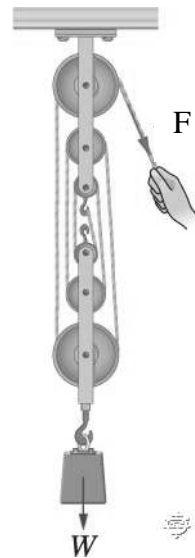
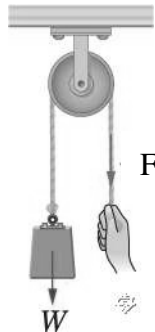
第一類槓桿；支點在中央。可能省力或費力，如剪刀、開罐器...

第二類槓桿；抗力點在中央。可以省力，但較費時。如開罐器。

第三類槓桿；施力點在中央。較費力，但省時及便於操作。如釣魚竿、掃地時

◎滑輪：分為定滑輪、動滑輪、滑輪組...等

※想想看：下列各圖中，施力 F 各為何？



第 3-1 節 例題與類題解答

- 【例 1】CE 【例 2】 43.0kgw/m 【類 2-1】(a) 3.0kgw (b) $5/6\text{kgw/cm}$ (c) $1.667\sim 1.7\text{kgw}$
 【類 2-2】3E 【例 3】合力均為 0 ，指針均為 2kgw ；伸長量相同 【類 3】(a) 20gw/cm
 (b) 100gw
 【例 4】 $a : \frac{3w}{k} ; b : \frac{2w}{k} ; c : \frac{w}{k}$ 【類 4】D
 【例 5】 20kgw 【例 6】 $-k_1x - k_2x$ 【類 6】 $-k_2x_2 - k(x_2 - x_1) ; -k_1x_1 - k(x_1 - x_2)$
 【例 7】(a) 2.4N/m (b)受力： 20N 、 40N 、 15N 、 20N 、 25N ；伸長量： 20m 、 20m 、 5m 、 5m 、 5m
 【類 7-1】(a) $\frac{2kk'}{2k+k'}$ (b) $\frac{F}{2k}$ 、 $\frac{F}{2k}$ 、 $\frac{F}{k'}$ 【類 7-2】 $\frac{11}{2}x$ 【例 8】 $\frac{4}{7}\text{kgw/m}$ 【類 8】 $\frac{2}{3}kS$
 【例 9】(a) k_1+k_2 (b) $\frac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$ (c) $2k_1+2k_2$
 【例 10】(a) $2k$ (b) $4k$ (c) k (d) $4k/3$ 、 $4k$ (e) $\frac{m+n}{m}k$ 、 $\frac{m+n}{n}k$ 【類 10】 $\frac{64}{15}kx$
 【例 11】 $\Delta L/4$ 【類 11】 3.2N 【例 12】 4公分

第 3-1 節 習題解答

【Part A】

- ①彈性限度內，外加作用力 F 與伸長量 x 成正比，即 $F = kx$ ；彈力常數愈大表示該彈簧或該物質較難形變（較難拉長或壓縮）。
 ②串聯時受力相同；並聯時伸長量相同。 ③ 100

- 【Part B】① ACE ② 18kgw ③ 1 ④ $1.5k$ 、 $3k$ ⑤ $4 : 8 : 3 : 4 : 5 ; 4 : 4 : 1 : 1 : 1$ ⑥ $(6, 3)$ ⑦ $33\text{gw} ; 11\text{cm}$ ⑧ $\frac{3w}{k}$ ⑨ A ⑩ B ⑪ $\frac{11}{9}$ 、110 ⑫ (a) 16gw
 (b) 62cm

Part B 解答提示：

- ⑧力平衡時：向上的彈力 $kx =$ 向下的 $w + 2T = 3w$ ，其中繩子張力 $T = w$

⑨ $k_{\text{串}} = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$ ， $k_{\text{並}} = k_1+k_2$ $\frac{x}{y} = \frac{k_{\text{串}}}{k_{\text{並}}} = \frac{k_{\text{並}}}{k_{\text{串}}} = \frac{(k_1+k_2)^2}{k_1k_2}$ 又 $\frac{k_1+k_2}{2} \geq \sqrt{k_1k_2} \Rightarrow \frac{(k_1+k_2)^2}{k_1k_2} \geq 4$

即 $r \geq 4$

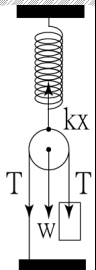
- ⑩施力 F 壓縮 d 時，只有彈力常數 k_1 之彈簧受力；壓縮量大於 d 時，變成 k_1 與 k_2 二力常數並聯。在彈性限度內： k_1 彈簧被壓縮 $2d$ ， k_2 彈簧僅被壓縮 d ，故
 $F = k_1(2d) + k_2d$

- ⑪設上方彈簧伸長 x_1 ，下方彈簧伸長 x_2

$$\sum F = 0 = kx_1 - kx_2 - mg \Rightarrow 10x_1 - 10x_2 - 20 = 0 \Rightarrow x_1 - x_2 = 2 \cdots \cdots (1)$$

$$\text{又 } x_1 + x_2 = 100 - 80 = 20 \cdots \cdots (2)$$

由(1)(2) $x_1 = 11\text{cm}$ 、 $x_2 = 9\text{cm}$ ； $F_s = kx_1 = 10 \times 11 = 110\text{gw}$



第 3-2 節 例題與類題解答

【例 1】約 6.78 kgw 【類 1】 $-2\vec{i} + 3\vec{j}$ 牛頓【例 2】 $50\sqrt{3}$ 公分 【類 2】 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 公尺 【例 3】大於 90° 【類 3-1】最大值 7kgw；最小值 1kgw【類 3-2】(a) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ kgw (b) $\frac{5}{2}\sqrt{3}$ kgw 【例 4】 $\frac{3}{10}kL$ 【類 4】 Δ

第 3-2 節 習題解答

【Part A】

- ①因人施力固定，夾角愈小合力愈大。
 ②拉的愈直愈容易斷裂（類似例題 3，將繩張開拉直到某一程度很容易就斷了）
 ③漸漸減小。

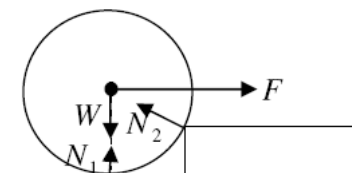
【Part B】①25gw，方向與 25gw 之外力方向相反 ② $-27\vec{i} + 2\vec{j}$ ③ $F_1 < F_2 < F_3$

④向南 186N

Part B 解答提示：

- ④由運動之獨立性可知：欲使船在河中央行駛，只要在鉛直方向合力為零即可。

第 3-3 節 例題與類題解答

【例 1】約 23.6kgw 【例 2】 $80 - 30\sqrt{2}$ N-cm 【類 2】 $\sqrt{3}Fal/2$ 【例 3】 $\frac{1}{2}mgd \sin \theta$ 【例 4】(a)略 (b) $\frac{3}{2}mgL$ (c) $TL \sin \theta$ (d) 0 (e) $\frac{3}{2}mg \csc \theta$ 【類 4】 $\sqrt{2}W/2$ 【例 5】(a)略 (b)略 (c)1600 kgw-cm (d)1600 kgw-cm (e) 980N (f)80kgw=784N【類 5-1】 $\frac{3}{10}W$ 【類 5-2】(1) F 為外施水平力， W 為重力， N_1 為地面對輪子正向力， N_2 為階梯的反作用力，力圖如右(2) 垂直方向： $W = N_1 + N_2 \times \left(\frac{R-h}{R}\right)$ ；水平方向： $F = N_2 \times \left(\frac{\sqrt{2Rh-h^2}}{R}\right)$ (3) 當輪子離地爬上階梯的瞬間， $N_1 = 0$ ， $F \geq \left(\frac{\sqrt{2Rh-h^2}}{R-h}\right) \times W$ 

第 3-3 節 習題解答

【Part A】

- ①力的大小、力的作用點（力臂長度）、力的方向（力與力臂的夾角）
 ② $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ；力矩為向量。

③原本靜止的保持靜止，原本等速率轉動之物體保持等速率轉動。

【Part B】①ABD ②一樣大 ③大小： $(\sqrt{3}-1.6)Fd$ ；順時針方向；大小： $(5\sqrt{3}+16)Fd/20$ ；順時針方向 ④ $\frac{1}{2}W$ ； $\frac{2}{5}W$ ⑤ A ⑥(1)100gw；(2)不變；(3)變大；(4)小(5)120 ⑦ $\frac{1}{2}W$

第 3-4 節 例題與類題解答

【例 1】(a) $\frac{20}{3}\sqrt{3}$ kgw (b) $\frac{10}{3}\sqrt{3}$ kgw 【類 1】10kgw

【例 2】(a) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}U$ (b) $\frac{\sqrt{6}}{2}U$ (c) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}U$

【例 3】(a) $1.2\sqrt{3}$ kgw (b)1.2kgw (c)1.2kgw

【類 3-1】(a) $W \cos \theta$ ； $W \sin \theta$ (b) $W \sec \theta$ ； $W \tan \theta$ 【類 3-2】 $\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ 【類 3-3】 $\tan \theta$

【例 4】(a)否；6kgw；94kgw (b)距離中央支點 0.75m；100kgw

【類 4-1】2.5kgw 【類 4-2】 $32a/5$ 【例 5】丙丁 【類 5】BCDE

【例 6】.兄 20kgw；妹 40kgw 【類 6-1】 E_1+E_2 【類 6-2】B 【類 6-3】相等；相等

【例 7】(a) 1.20kgw (b) 0.40kgw (c) 是線性 【類 7】 $\sqrt{m_1 m_2}$

【例 8】(a) $\frac{20}{3}$ kgw (b) $\frac{5\sqrt{13}}{3}$ kgw 【類 8-1】(a) $\frac{5}{8}W$ ；(b) $\frac{5}{8}W$ 【類 8-2】AC

【例 9】 $\frac{100}{9}\sqrt{21}$ kgw 【類 9】(a) $\frac{3}{8}W$ (b) $\frac{\sqrt{73}}{8}W$

【例 10】(a) $\frac{2}{3}\sqrt{3}mg$ (b) $\frac{1}{3}\sqrt{3}mg$ 【類 10-1】(a) $\frac{3}{4}W$ ；(b) $\frac{1}{2}W$

【類 10-2】(a) $T_A = \frac{3}{5}W$ ； $T_B = \frac{4}{5}W$ (b)16° 【例 11】C 【類 11】 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

【例 12】 $W \sec \theta$ 【類 12】(a) $W/3$ ；(b) $2W/3$

【例 13】地面對木棍：約 0.82kgw；球面對木棍：1.6kgw。

【類 13】 $W \sin \theta_2 / \sin(\theta_2 - \theta_1)$ ； $W \sin \theta_1 / \sin(\theta_2 - \theta_1)$

【例 14】(a) $2W$ (b) $\frac{W}{\sqrt{3}}$ (c) $\frac{2W}{\sqrt{3}}$ 【類 14-1】 $N = \frac{3}{2}mg$ 、 $F = \frac{5}{6}mg$ 、 $T = \frac{2}{3}mg$

【類 14-2】(a) $\sqrt{3}mg$ ；(b) $\sqrt{3}mg/3$ ；(c) $\sqrt{3}mg/3$ 。 【例 15】(a) $(W \csc \theta)/2$ ；(b) $(W \cot \theta)/2$

【類 15】CDE 【例 16】45公斤重 【類 16】30公斤重

第 3-4 節 習題解答

【Part A】

- ① ABD (因為合力矩不一定為零；圓周運動合力不為零)
- ② ABCDE (因為合力不一定為零，有可能只受一力恰通過支點使合力矩為零)
- ③ 合力與合力矩必須同時為零
- ④ 三力成靜力平衡時， $F_1 : F_2 : F_3 = \sin\theta_1 : \sin\theta_2 : \sin\theta_3$
- ⑤ 必有其他作用力使其合力為零
- ⑥ 不一定，如上拋至最點瞬間仍未達移動平衡
- ⑦ 人和牆壁有摩擦力；向上的摩擦力和向下的重力平衡，向左的正向力和向右的正向力平衡。

【Part B】 ①(a) $200 \cdot 200\sqrt{2}$ kgw (b) $200(\sqrt{3}+1) \sim 550$ 、 $(300\sqrt{2}+100\sqrt{6}) \sim 670$ kgw

- ② 3 ③ (a) 2 cm (b) 2 kgw ④ BD ⑤ ACDE ⑥ $(W \tan\theta)/2$ ⑦ 1.5

- ⑧ $\frac{W}{3}$ ⑨ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ⑩ 7.2 ⑪ 甲沒有，乙摩擦力向下，丙摩擦力向上（由三力共點可知）； $W \tan\theta$ 、 $W \sec\theta$ ⑫ $\frac{\sqrt{2}}{4} W$ ⑬ C ⑭ D ⑮ $X = \frac{W}{\sqrt{3}}$ ， $Y = \frac{2W}{\sqrt{3}}$

Part B 解答提示：

- ⑤ x 方向： $N \cos\alpha = W$ ；y 方向： $N \sin\alpha = T$

(A) $N = \frac{W}{\cos\alpha} > W$ ，且 (E) N 垂直斜面

(B) $T = W \cdot \tan\alpha$ 故 T 可大於，等於，或小於 W

(C) α 增加， $\cos\alpha$ 小， $N = \frac{W}{\cos\alpha}$ 變大

(D) α 增加， $\tan\alpha$ 增大， $T = W \cdot \tan\alpha$ 變大

- ⑧ 以 C 為支點，力矩平衡： $\Rightarrow \frac{\ell}{2} \cdot \cos 60^\circ \cdot W = \frac{3}{4} \ell \cdot N_B$

$$N_B = \frac{1}{3} W$$

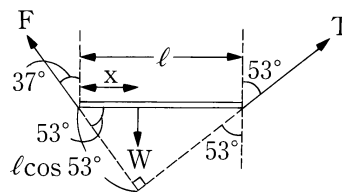
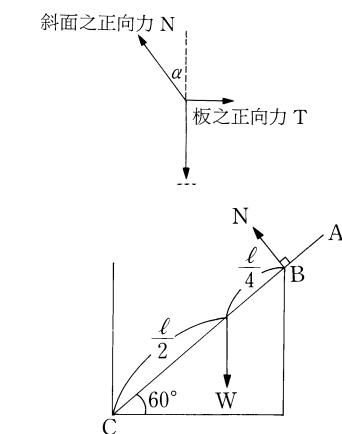
- ⑨ 以樞鈕為支點，則合力矩為零，令棒長為 L

$$T \times L \sin 37^\circ = W \times \frac{L}{2} \cos 37^\circ \quad T = \frac{2}{3} W$$

樞鈕作用於木棒之力

$$= \sqrt{W^2 + \left(\frac{2}{3}W\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{3} W \quad \text{故所求} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{3} W}{\frac{2}{3} W} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

- ⑩ 如右圖，桿受二繩張力 F、T 及物重 W 而呈靜力平衡：



解 (1)、(2) 得

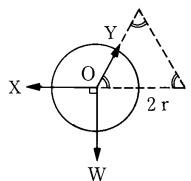
$$T = \frac{3W}{5} \quad \begin{cases} T\sin 53^\circ = F\sin 37^\circ \Rightarrow 4T = 3F \dots\dots\dots(1) \\ T\cos 53^\circ + F\cos 37^\circ = W \Rightarrow 3T + 4F = 5W \dots\dots\dots(2) \\ W = (1\cos 53^\circ) \times T \dots\dots(3) \end{cases} \quad \text{及 } l = 20\text{cm} \text{ 代入 (3), 得}$$

$$x = \frac{20 \times (3W/5) \times (3/5)}{W} = 7.2(\text{cm})$$

⑫ $\frac{N}{\sin(180^\circ - \theta)} = \frac{W}{\sin(90^\circ + \theta)} \Rightarrow N = W \tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{4} W$

⑬ 分析力圖：繩張力共 3T 向上 = 重力(100+x)向下，且對最右繩而言：T=x，解 x。

⑭ 兩小球球心與碗心 O 形成邊長 2r 的正三角形

$$\frac{W}{\sin 120^\circ} = \frac{X}{\sin 150^\circ} = \frac{Y}{\sin 90^\circ} \text{ 得 } X = \frac{W}{\sqrt{3}}, Y = \frac{2W}{\sqrt{3}}$$


第 3-5 節 例題與類題解答

【例 1】ACE 【類 1】AC 【例 2】 $x=1.1$ 公分處提起；力量 20kgw

【例 3】(a) (1, 2, 1) (b) (2/3, 5/2, -1/2) 【類 3-1】(a) (9.6)；(b) (9.5)

【類 3-2】 $mL/(m+M)$ 【例 4】0.7m 【例 5】不一定 【例 6】(1/15, 4/15)

【例 7】7公分 【類 7】(a) $L/21$ (b) $L/48$

【例 8】(a) $R/6$ (b) $R/14$ 【類 8】 $R/12$ 【例 9】20cm 【類 9】(a)距粗端 0.5m；(b) 70kgw

【例 10】(a) $L/2$ (b) $L/3$ (c) $L/4$ 【例 11】(a) $3L/4$ (b) $11L/12$ 【類 11】42公分

【例 12】4 【類 12】 $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 【例 13】隨遇平衡、穩定平衡、不穩定平衡

第 3-5 節 習題解答

【Part A】①是用重力產生的合力矩=0 之原理得出物體的「質量」；否（但質量仍存在，只是無法用天平的方法量出） ②不一定，必須物體是質量均勻的才是 ③不一定，若物體所在之重力場為定值才是 ④可能 ⑤空的，因重心位置相同，但裝滿的粉筆盒較重所需力矩較大 ⑥坐著。

【Part B】① 0.73 ② $L/10$ ③ $\sqrt{5}a$ ④ 5.6m ⑤ $\frac{a}{9}$ ⑥ 2.5m； $\theta = \tan^{-1}(7/55) \sim 7.25^\circ$

⑦否，因物體重心落在底面積範圍內； $\theta > \tan^{-1}(2/3) \sim 33.7^\circ$ ⑧ $7h/15$ ⑨ 1 ⑩ $\frac{R}{10}$

⑪ $\frac{m_1}{m_1 + m_2} \times 3R$

Part B 解答提示：

③ 令直角頂為坐標原點，則 $2W (0, 3a)$ ； $3W (4a, 0)$

$$X_c = \frac{3W \times 4a}{6W} = 2a ; Y_c = \frac{2W \times 3a}{6W} = a \quad \text{故所求} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$$

⑧ 將梯形兩股延伸交於一點，將梯形視做一個大三角形扣掉一個小三角形。

⑨ 欲保持平衡，上面三塊之重心不得超過第一塊木塊邊緣

$$x_c = \frac{(5 + \frac{16}{2}) \cdot m + (5 + 4 + \frac{16}{2}) \cdot m + (5 + 4 + x + \frac{16}{2}) \cdot m}{3m} \leq 16 \Rightarrow x \leq 1(\text{cm})$$

即 $x=1\text{cm}$ 時恰平衡。

$$\textcircled{10} X_c = \frac{4 \times 0 + 1 \times \frac{R}{2}}{4 + 1} = \frac{R}{10}$$

第 3-6 節 例題與類題解答

【例 1】略 【例 2】0.1 【比較】 0.98 m/s^2

【例 3】(a) $N = \underline{mg}$ 、 $f = \underline{0}$ 、 $f_s = \underline{\mu_s mg}$ (b) $N = \underline{mg + F \sin \theta}$ 、 $f = \underline{F \cos \theta}$ 、 $f_s = \underline{\mu_s (mg + F \sin \theta)}$

(c) $N = \underline{mg - F \sin \theta}$ 、 $f = \underline{F \cos \theta}$ 、 $f_s = \underline{\mu_s (mg - F \sin \theta)}$

(d) $N = \underline{mg \cos \theta}$ 、 $f = \underline{mg \sin \theta}$ 、 $f_s = \underline{\mu_s mg \cos \theta}$

(e) $N = \underline{|mg \cos \theta + F \sin \theta|}$ 、 $f = \underline{F \cos \theta - mg \sin \theta}$ 、 $f_s = \underline{\mu_s (mg \cos \theta + F \sin \theta)}$

【例 4】(a) 24kgw (b) 20 kgw (c) 向 上拉；下推： $\frac{240(5\sqrt{3}+2)}{71} \text{ kgw}$ 、上拉： $\frac{240(5\sqrt{3}-2)}{71} \text{ kgw}$

【類 4-1】0.63 倍

【類 4-2】(a) $\frac{\mu_s W}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta}$ (b) $\frac{\mu_s W}{\sqrt{1 + \mu_s^2}}$ 【例 5】 $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ； $\frac{100\sqrt{21}}{9} \text{ kgw}$ 【類 5-1】 53°

【類 5-2】D (此時向左之力無法等於向右：合力無法為零) 【例 6】 $\frac{2}{3}$ 【類 6】 $\frac{\sqrt{3}}{4} W$

【例 7】(a) 7.5kgw (b) 5 kgw (c) $5 + \frac{15\sqrt{3}}{4} \text{ kgw}$ (d) $\frac{15\sqrt{3}}{4} - 5 \text{ kgw}$

【例 8】 $(1 - 0.4\sqrt{3}) \text{ kgw} < F < (1 + 0.4\sqrt{3}) \text{ kgw}$ ，即 $0.31 \text{ kgw} < F < 1.69 \text{ kgw}$

【類 8】B 【例 9】E 【類 9】 $0.1 \text{ kgw} \leq F \leq 4.9 \text{ kgw}$

【例 10】(a) $0 \sim 30^\circ$ (b) 先傾倒；斜面傾斜至 45° 開始滑動，但至 30° 即開始傾倒。

【類 10】 $h \tan \theta < 2r$ 【例 11】(a) 75kgw (b) 15kgw (c) 15kgw (d) 1.5m

【類 11-1】C 【類 11-2】E

【例 12】 $R(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}})$ 【例 13】2P 【類 13】(a) 2kgw (b) 0.5

【例 14】 $\frac{1}{\mu}$ 牛頓 【類 14-1】B；B [提示：(A)省時 (B)重力向下，摩擦力（為鑷子施於玻璃珠的合力）向上 (C) $F/3$ (D) $mg/2$] 【類 14-2】CE

第 3-6 節 習題解答

【Part A】

- ① 否，物體靜止時靜摩擦力只要小於最大靜摩擦力均有可能，視外力而定；是，物體開始運動時，動摩擦力幾乎為定值，與速度、外力無關。
- ② 不一定，物體靜止於水平面上時，兩者量值才會相同。若置於水平面上仍有其他的施力或在斜面上兩者大小就不一定相等。
- ③ 不一定；是。
- ④ 摩擦係數代表物體與接觸面間的粗糙程度，粗糙程度愈大，摩擦係數愈大；利用 $f_s = \mu_s N$ ，可求出靜摩擦係數；摩擦係數沒有單位。
- ⑤ 將一物體置於一傾斜角可調整的粗糙斜面上，將斜角由零度漸漸增大，若物體於某個傾斜角 θ 恰要下滑，則此物體與接觸面之摩擦係數 $\mu_s = \tan \theta$ ；有可能大於 1
- ⑥ 1；仍為 1。

- 【Part B】 ① ABD ② B (摩擦力 = $W \sin \theta$) ③ C ④ 60 ⑤ ACD (C：斜面作用力包括正向力與摩擦力；E：除非恰好下滑才是) ⑥ $(n-1) \tan \theta / (n+1)$ ⑦ 20 ; 30 ⑧ 2.17m ⑨ $\sqrt{W^2 + F^2}$ ⑩ BC ⑪ $W/2 ; \sqrt{3}W/2 ; W ; 0$ ⑫ CDE ⑬ $\frac{1}{3}$
- ⑭ (a) $0.2mg$ (b) $\frac{8}{11}$ ⑮ B、C 間錯開

Part B 解答提示：

- ⑬ 令在斜面上的質量 m_1 ，在平台上的質量 m_2

$$\text{則 } m_1 g \sin 30^\circ = \mu m_2 g$$

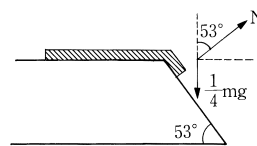
$$m_1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{又 } m \propto l \text{ 即 } \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2} \text{ 故 } l_1 = \frac{1}{3} \times \text{全長}$$

- ⑭ 如圖，摩擦力等於重力沿斜面方向的分力

$$\Rightarrow f = \frac{1}{4} mg \cdot \sin 53^\circ = \frac{1}{5} mg = 0.2mg$$

$$\text{靜力平衡：} \frac{2}{3} mg \cdot \sin 53^\circ \leq \left(\frac{1}{3} mg + \frac{2}{3} mg \cdot \cos 53^\circ \right) \mu_s \Rightarrow \mu_s \geq \frac{8}{11}$$



第 3-7 節 解答

【想想看】 W 、 $W/2$ 、 $W/6$