

第一部分：選擇題（佔 60 分）

壹、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. $\sqrt{75} - \sqrt{43}$ 介在哪兩個連續整數之間？
 (1) 5 與 6 (2) 6 與 7 (3) 7 與 8 (4) 8 與 9 (5) 9 與 10。
2. 設一元三次整係數方程式 $x^3 + bx^2 + cx - 20 = 0$ 有一根為 $2 - i$ 。若此方程式有一實根，則此實根為
 (1) 2 (2) 4 (3) 5 (4) 10 (5) 20。
3. 下列各數值中，哪一個數最大？
 (1) $\log_2 3$ (2) $\log_3 5$ (3) $\log_4 8$ (4) $\log_5 11$ (5) $\log_6 14$ 。
4. 試問多少個正整數 n 使得 $\frac{1^2}{n} + \frac{2^2}{n} + \frac{3^2}{n} + \dots + \frac{10^2}{n}$ 為整數？
 (1) 5 個 (2) 6 個 (3) 7 個 (4) 8 個 (5) 9 個。
5. 假設 A, B, C, D, E, F, G 等 7 人的身高為 $A > B > C > D > E > F > G$ 。他們七人排成一列，但規定任相鄰的三人中較矮者，不得排在兩個較高的人的中間，則排法有 k 種。 $k = ?$
 (1) 8 個 (2) 16 個 (3) 32 個 (4) 64 個 (5) 120 個。
6. 設 A、B 為樣本空間 S 中的兩事件， $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(A' \cup B) = \frac{4}{5}$ ， $P(B|A') = P(B)$ ，則 A、B 至少有一事件發生的機率為何？
 (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{2}{15}$ (4) $\frac{7}{15}$ (5) $\frac{11}{15}$ 。

貳、多選題（佔 30 分）

說明：第 7 至 12 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

7. 已知三次方程式 $(x-2)(x-4)(x-6) + (x-3)(x-5)(x-7) + 2 = 0$ ，則下列哪兩個整數之間有這個方程式的實根？
 (1) 2 與 3 之間 (2) 3 與 4 之間 (3) 4 與 5 之間 (4) 5 與 6 之間 (5) 6 與 7 之間
8. 下列哪些方程式有解？
 (1) $2^x = -x$ (2) $2^x = x$ (3) $2^x = \log_2 x$ (4) $3^x = x^2$ (5) $2^x = (\frac{1}{2})^x$
9. 設有一個數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項和為 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = n^2 + 3$ ， $n \in \mathbb{N}$ 試選出正確選項：
 (1) $a_1 = 4$ (2) $a_2 = 3$ (3) $a_n = 2n - 1, n \geq 1$
 (4) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列 (5) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
10. 從 1000~9999 中任取一個四位數，將數字由大到小重新排列，產生一個新的四位數，例如取到 2012，則重新排列後為 2210，則下列哪些選項正確？
 (1) 重新排列後所有可能的四位數有 $C_4^{10} = 210$ 個
 (2) 任取一個四位數，重新排列後得『8521』的機率為 $\frac{24}{9000}$
 (3) 任取一個四位數，重新排列後得『9553』的機率為 $\frac{12}{9000}$
 (4) 任取一個四位數，重新排列後得『7610』的機率為 $\frac{18}{9000}$
 (5) 任取一個四位數，重新排列後得『原數字』的機率為 $\frac{210}{9000}$

11. 已知 x, y, z 為正整數, 則下列何者正確?
- (1) 若 $1 \leq x < y < z \leq 10$, 則 (x, y, z) 有 C_3^{10} 組解
 - (2) 若 $1 \leq x \leq y \leq z \leq 10$, 則 (x, y, z) 有 H_3^{10} 組解
 - (3) 若 $1 \leq x = y < z \leq 10$, 則 (x, y, z) 有 C_2^{10} 組解
 - (4) 若 $1 \leq x \leq y = z \leq 10$, 則 (x, y, z) 有 H_2^{10} 組解
 - (5) 若 $1 \leq x \leq y < z \leq 10$, 則 (x, y, z) 有 $H_3^{10} - H_2^{10}$ 組解
12. 有 30 筆資料 (x_i, y_i) , $i=1, 2, 3, \dots, 30$, 其中 x_i 的平均數 $\bar{x} = 2$, y_i 的平均數 $\bar{y} = 3$, x 與 y 的相關係數為 -0.6 , 且 y 對 x 的迴歸直線通過 $(5, 0)$, 則下列選項哪些正確?
- (1) 迴歸直線的斜率為 -0.6
 - (2) x 與 y 為負相關
 - (3) 迴歸直線通過原點
 - (4) 迴歸直線通過 $(4, 1)$
 - (5) x 的標準差小於 y 的標準差

第二部分：選填題（佔 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13~30)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 已知 p 是小於 200 的正整數，若方程式 $x^3 + x - p = 0$ 有有理根，則所有 p 可能的值有幾個？⑬。
- B. 設 $x > -1$ ，則 $x + 3 + \frac{4}{x+1}$ 的最小值為 ⑭。
- C. 已知 $f(x)$ 為二次實係數多項式，且 $f(x)$ 分別除以 $x-1, x-2, x-3$ 的餘式為 $1, 2, 5$ ，則 $f(x)$ 除以 $x-4$ 的餘式為 ⑮⑯。
- D. 若將 $\left(\frac{3}{2}\right)^{-100}$ 表示成小數，則小數點後第 m 位開始出現不為 0 的數字，而且小數點後第一個不為 0 的數字是 n ，求數對 (m, n) 為 (⑰⑱, ⑲)。
- E. 已知 $\{a_n\}$ 為等比數列，且公比 > 0 ，設 $a_1 + a_3 = 1000$, $a_3 + a_5 = 10$ ，則 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ ⑳㉑㉒㉓。
- F. 某日有六節課，要排入國文、英文、數學、物理、化學、體育。今為求上課效率，規定數學、物理不能相連，而第六節課要排體育，則這 6 節課的排課方式有 ㉔㉕ 種。(第四節跟第五節算相連)
- G. 某工廠生產的產品依以往統計有 4% 為瑕疵品，96% 為良品。出貨之前由電腦加以檢驗，而電腦將良品檢驗查為不良品的機率為 5%，將不良品檢驗為良品的機率 10%。若一件產品被檢驗為良品，但該產品實際上為不良品之機率為 $\frac{26}{272829}$ 。(化為最簡分數)
- H. 已知全體十個數值由小到大依次為 2、3、3、7、 a 、 b 、12、13.7、18.3、20，且全體的中位數為 10.5，若要使該全體的標準差最小，則 $b-a$ 的值為 ⑳。

參考公式及可能用到的數值

1. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$

2. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

3. 對數值： $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$, $\log 11 = 1.0414$