

一、單選題 (6 題 每題 5 分, 答錯不倒扣)

1、一箱中有 2 顆白球和 6 顆紅球。從箱中隨機取球, 一次一球取後不放回, 直到取到紅球為止。若所取出球個數的期望值為  $\frac{b}{a}$ , 試問下列哪一個選項可能為  $a+b$  之值?

- (1) 13 (2) 15 (3) 16 (4) 17 (5) 18.

2、在重複丟一個均勻硬幣 50 次的試驗中, 請選出錯誤的選項:

- (1) 可能出現 50 次正面  
(2) 出現 25 次正面的機率為  $\frac{1}{2}$   
(3) 出現 25 次正面的機率大於出現 20 次正面的機率  
(4) 出現 10 次正面的機率等於出現 40 次正面的機率  
(5) 出現正面次數的期望值為 25 次。

3、甲乙兩人約定比賽桌球, 先贏 2 場的人得到全部獎金 64 萬元, 甲的實力比乙好, 平均 4 場會贏 3 場, 今第一場因甲大意而敗北, 但是比賽因故終止, 試問甲應該分配到多少獎金才公平?

- (1) 36 萬 (2) 40 萬 (3) 42 萬 (4) 48 萬 (5) 54 萬。

4、政府針對 12 年國教進行一次民意調查, 成功訪問了 1600 位民眾, 其中有 1024 位的民眾贊成 12 年國教, 試求在 95% 的信心水準下的信賴區間長度為下列哪一個選項?

- (1) 0.012 (2) 0.024 (3) 0.036 (4) 0.048 (5) 0.06。

5、數學 SAT 考試規定, 該項測驗的總分如果超過 800 分, 一律以 800 分記錄。已知今年 SAT 考試呈現常態分布, 其平均數 560, 標準差 120。今從考生中隨機抽取一人, 該生分數介於 440 分到 680 分的機率為何?

- (1) 0 (2) 0.68 (3) 0.95 (4) 0.997 (5) 1。

6、袋子中裝有編號 1、2、3、4 的四張卡片, 自袋中隨意抽出兩張, 若  $X$  表示所抽出的卡片之兩號碼乘積, 則  $X$  的變異數最接近下列哪一個選項?

- (1) 6 (2) 11 (3) 17 (4) 25 (5) 33。

二、多重選擇題 (5 題 每題 5 分, 全對給 5 分, 錯 1 個選項給 3 分, 錯 2 個選項給 1 分, 其餘給 0 分)

7、若  $X \sim B(30, 0.3)$ , 請選出正確的選項?

- (1)  $X$  的期望值為 9  
(2)  $X$  的標準差比 3 大  
(3) 若畫出此二項分布的機率質量函數圖時, 圖形的最高點會發生在  $X=9$  時  
(4)  $P(X=5) = P(X=25)$   
(5)  $P(X=10) > P(X=20)$

8、丟一枚均勻硬幣 10 次，恰好出現  $n$  次正面的機率記為  $P_n$ ，請選出正確的選項：

- (1)  $P_5 = \frac{1}{2}$
- (2)  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{10}$  中的最大值是  $P_5$
- (3) 若  $P_A = P_B$ ，則  $A + B = 11$
- (4)  $P_4 > P_8$
- (5)  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_{10}$  的算術平均數為 0.5。

9、平鎮高中一年級學生共有 600 名，下學期第二次段考用心命題的陳老師設計了海賊王的題組，鎮中的學生一時無法適應，導致數學成績普遍不理想，全校平均只有 32 分，標準差 8 分，陳老師決定以線型函數調整學生分數。已知浩浩、翔翔、阿松原來的分數分別為 60 分、40 分、16 分；調整後的分數分別為 85 分、60 分及  $z$  分，請選出正確的選項：

- (1) 若將陳老師所使用的線型函數畫在直角坐標平面上，圖形為斜率為  $\frac{4}{5}$  的直線
- (2) 調整後所有一年級學生的數學成績不低於 10 分(全校無違規學生)
- (3) 調整後一年級學生的數學成績的標準差為 10 分
- (4) 若調整後全校成績呈現常態分布，則一年級學生的數學成績及格的人數大約有 30 位
- (5) 已知調整後全校成績呈現常態分布，則阿明數學成績在全校一年級的排名(由高到低)大約為 500 名

10、有一民調機構針對臺灣地區 20 歲以上成年人調查「是否贊成將民國年號改成西元年號」的結果如下：「共成功訪問 900 位臺灣地區 20 歲以上民眾，其中贊成的民眾有 324 人」。根據此一調查結果，試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 本次抽樣調查的母群體為臺灣地區所有的民眾
- (2) 本次抽樣調查的樣本為贊成本議題的 324 位民眾
- (3) 重新再做一次抽樣調查贊成的民眾一樣會是 324 人
- (4) 在 95% 的信心水準下，這次調查的抽樣誤差為 0.032
- (5) 在 95% 的信心水準下，這次調查的信賴區間為  $[0.328, 0.392]$ 。

11、投擲一枚不均勻硬幣，出現正面的機率為  $\frac{3}{4}$ ，出現反面的機率為  $\frac{1}{4}$ 。今丟擲此硬幣 4 次，若  $X$  表示出現正面的次數，請選出正確的選項？

- (1)  $X=1$  的機率為  $\frac{3}{64}$
- (2)  $X=2$  的機率大於  $X=3$  的機率
- (3)  $P(X=3) > P(X < 3)$
- (4)  $X$  的期望值為 3
- (5)  $X$  的標準差為  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

三、選填題 (9 題 每題 5 分，整題答對給 5 分，答錯不倒扣)

A、已知一粒不公正的骰子，出現 1 點和 2 點的機率都為  $a$ ，出現 3 點和 4 點的機率都為  $b$ ，出現 5 點和 6 點的機率都為  $c$ ，若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三數為一等差數列，且  $b = \frac{k}{h}$ ，試求數對  $(h, k) = (\textcircled{12}, \textcircled{13})$ 。

B、擲一公正的骰子 2 次，令隨機變數  $X$  表示出現點數差的絕對值，若  $P(2 \leq X \leq 5)$  之值的最簡分數為  $\frac{b}{a}$ ，

則  $a+b = \textcircled{14} \textcircled{15}$ 。

C、有一擲 4 個均勻硬幣得遊戲，若出現四個正面可得 30 元，三個正面可得 20 元，二個正面可得 10 元，一個正面付給莊家 10 元，為使賭局公平起見，則擲出四個反面時應付給莊家  $\textcircled{16} \textcircled{17} \textcircled{18}$  元遊戲才公平。

D、小輝輝從台大森林系畢業後回家接掌家族事業，從事栽種花卉的事業，若小輝輝栽種了  $n$  株植物，各株植物存活與否互不影響，且存活的機率均為  $p$ ，設  $X$  表存活的株數，今已知  $X$  的期望值為 810，標準差為 9，則數對  $(n, 10p) = \textcircled{19} \textcircled{20} \textcircled{21}, \textcircled{22}$ 。

E、已知阿廖老師罰球線的命中率是  $\frac{2}{3}$ ，如果阿廖老師連續在罰球線投籃  $n$  次，若至少進一球的機率大於 0.999，那麼  $n$  至少為何？  $\textcircled{23}$ 。

F、某工廠生產了許多裝飾用的小燈泡，已知有  $\frac{1}{5}$  為劣品，今逐一檢查，若檢查至第  $n$  個時，恰發現第四個劣品之機率以  $f(n)$  表示之 ( $n \geq 4$ )，若  $f(10) = 21 \times \frac{4^6}{5^a}$ ，求數對  $(a, b) = \textcircled{24} \textcircled{25}, \textcircled{26}$ 。

G、某電視臺舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有 2000、1200、800、0 元獎額的球。參加者自行從抽獎箱裡摸取一球（取後即放回），主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定摸取到 0 元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半（若再摸到 0 元就沒有第三次機會）。試問一個參加者可得獎金的期望值是  $\textcircled{27} \textcircled{28} \textcircled{29} \textcircled{30}$  元？

H、學科能力測驗中，多重選擇題每題有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。其計分方式為：「每題答對得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，未作答或答錯兩個以上者以 0 分計算。」今有一題目老師於題幹中告知學生正確答案恰有 2 個選項，若神權隨意猜測 2 個選項，那麼依此計分方式，該題得分的期望值為最簡分數  $\frac{k}{h}$ ，試求數對  $(h, k) = \textcircled{31} \textcircled{32}, \textcircled{33} \textcircled{34}$ 。

I、摸彩箱裝有若干編號為  $1, 2, \dots, 10$  的彩球，其中各種編號的彩球數目可能不同。今從中隨機摸取一球，依據所取球的號數給予若干報酬。現有甲、乙兩案：甲案為當摸得彩球的號數為  $k$  時，其所獲報酬同為  $k$ ；乙案為當摸得彩球的號數為  $k$  時，其所獲報酬為  $30 - k$  ( $k = 1, 2, \dots, 10$ )。已知依甲案每摸取一球的期望值為 12，則依乙案每摸取一球的期望值為  $\textcircled{35} \textcircled{36}$ 。