

第一部分：選擇題（佔 60 分）

壹、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

- 設與某項實驗中，細菌數 1 日後增加 a 倍，且已知 5 日後細菌數為 3200000 個，3.5 日後細菌數為 400000 個，則 $a = ?$
 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6。
- 設 $a^{2x} = \sqrt{2} + 1$ ，則 $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^x - a^{-x}}$ 之值為 (1) $\sqrt{2} - 1$ (2) $\sqrt{2} + 1$ (3) $2\sqrt{2} - 1$ (4) $2\sqrt{2}$ (5) $2\sqrt{2} + 1$ 。
- 若整係數方程式 $x^4 - 10x^3 + 20x^2 + 10x - 21 = 0$ 有四個相異有理根，則此四個根的平方和為？
 (1) 20 (2) 60 (3) 100 (4) 108 (5) 116。
- 設 m 為實數，若二次函數 $y = mx^2 + 12x + m + 5$ 之圖形在 x 軸的下方，則 m 的範圍為何？
 (1) $m < -9$ (2) $-9 < m < 0$ (3) $0 < m < 4$ (4) $4 < m$ (5) $-9 < m < 4$ 。
- 設 $i = \sqrt{-1}$ ，下列敘述何者正確？
 (1) $i^{53} = -i$ (2) $1 + i + i^2 + \dots + i^{53} = 1 - i$
 (3) $3i + 4$ 的共軛複數為 $3i - 4$
 (4) 方程式 $2x^2 - 5x + 4 = 0$ 的解為兩個共軛虛根
 (5) $\frac{-1}{3+4i}$ 的實部是 -3 。
- 試問不等式 $(x-1)(x+2)(2x-3)(3x+1) \leq 0$ 有幾個整數解？
 (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4。

貳、多選題（佔 30 分）

說明：第 7 至 12 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

- 下列敘述哪些是正確的？
 (1) $(-\pi)^0 = 1$
 (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{3}{4}$
 (3) $\left(\frac{4}{0.25}\right)^{0.25} = 2$
 (4) $\sqrt{-3}\sqrt{-2} = \sqrt{6}$
 (5) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{-\frac{1}{3}} = i$
- 下列敘述哪些是正確的？
 (1) 不等式 $x^2 - 2x + 2 \leq 0$ 的解為 $1 - i \leq x \leq 1 + i$
 (2) 設 k 為實數，若 $1 - \sqrt{2}$ 是方程式 $x^2 + kx + 1 = 0$ 的一根，則另一根為 $1 + \sqrt{2}$
 (3) $\sqrt[4]{5}$ 為方程式 $x^4 - 5 = 0$ 的唯一正實根
 (4) 方程式 $12x^4 - 56x^3 + 89x^2 - 56x + 12 = 0$ 沒有負實根
 (5) 方程式 $f(x) = 7x^4 - 72x^3 - 7x^2 - 72x - 7$ ， $f(i) = 7$
- 設 $f(x) = x^2(x-1) + 3$ ，請問下列敘述哪些是正確的？
 (1) 方程式 $f(x) = 0$ 在 $x > 1$ 時沒有實根
 (2) 方程式 $f(x) = 0$ 在 -2 與 -1 之間至少有一實根
 (3) 方程式 $f(x) - 2x^2 = 0$ 有實根
 (4) 不等式 $f(x) - x^3 \geq 0$ 的解為 $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$
 (5) 不等式 $f(x) - 3 \geq 0$ 的解為 $x \geq 1$

10. 已知 α, β 為方程式 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的兩根，請問下列敘述那些是正確的？

- (1) $\alpha + \beta = -\frac{3}{2}$
- (2) $\alpha\beta = -2$
- (3) $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{25}{4}$
- (4) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{25}{8}$
- (5) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{41}}{2}$

11. 方程式 $x^4 + 5x^3 + x^2 - 13x - 7 = 0$ ，在下列哪些連續整數之間有實根？

- (1) -5與-4之間
- (2) -4與-3之間
- (3) -2與-1之間
- (4) -1與0之間
- (5) 1與2之間

12. 下列不等式，何者無解？

- (1) $x^2 + x + 1 < 0$
- (2) $x^2 + 3x - 1 > 0$
- (3) $x^2 - 2x + 3 \leq 0$
- (4) $-x^2 + 4x - 4 \geq 0$
- (5) $-x^2 - 2x + 3 > 0$

第二部分：選填題（佔 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13~30)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 化簡 $(4^{-2})^{2+\sqrt{2}} \cdot 32^{\frac{4}{5}(\sqrt{2}+2)} + \sqrt[5]{2^2 \cdot \sqrt{2}}$ 之值為 ⑬ + $\sqrt{\textcircled{14}}$ 。

B. 設 x, y 為實數，且 $25^x = 27, 75^y = 9$ ，則 $\frac{3}{x} - \frac{2}{y}$ 之值為 ⑬ $\textcircled{16}$ 。

C. 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式，若 $f(1) = 3, f(3) = 5, f(6) = 38$ ，則 $f(4)$ 之值為 ⑰ $\textcircled{18}$ 。

D. 不等式 $\frac{2}{x+1} \leq x$ 之解為 ⑰ $\textcircled{20} \leq x < \textcircled{21} \textcircled{22}$ 或 $x \geq \textcircled{23}$ 。

E. 方程式 $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 26x + 12 = 0$ 有一根為 $1 + \sqrt{3}i$ ，則方程式所有有實根的和為 ⑳。

F. 已知多項式 $f(x)$ 與 $g(x)$ 滿足 $f(x) - g(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1$ ，且 $x - 1$ 為與 $g(x)$ 的因式，求 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 ㉓ $\textcircled{26}$ 。

G. 設 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 1 = a(x - 2)^3 + b(x - 2)^2 + c(x - 2) + d$ ，且 a, b, c, d 為實數，則 $a + b + c + d$ 之值為 ㉗ $\textcircled{28}$ 。

H. 承上題，求 $f(1.999)$ 的近似值。(求到小數點後第二位，第三位無條件捨去) ㉙ . $\textcircled{30} \textcircled{31}$ 。