

桃園縣立平鎮高中 103 學年度 第一學期 第二次段考 高二數學試題卷

適用班級:201~213

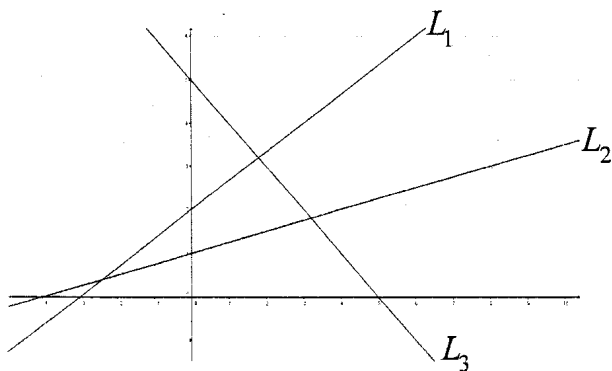
注意事項:試卷張數:試題卷 3 張、答案卡 1 張、答案卷 1 張, 未正確劃記個人基本資料扣 5 分

繳交:答案卡、答案卷

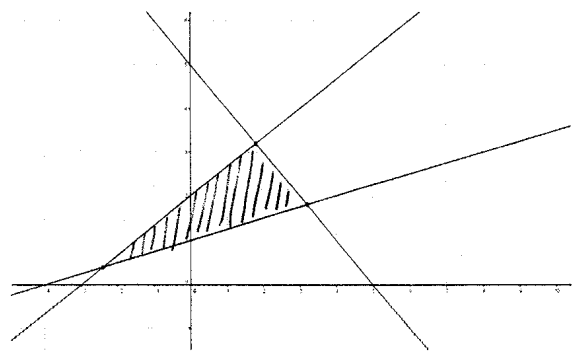
一、單選題 (佔 25 分)

說明:第 1 至 5 題,每題選出最適當的一個選項,劃記在答案卡之「解答欄」,每題答對得 5 分,答錯不倒扣。

- () 1. 在坐標平面上,選出與圓 $(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=4$ 相切的直線 (1) $\sqrt{3}x+y=2$ (2) $\sqrt{3}x+y=4$
 (3) $\sqrt{3}x+y=6$ (4) $\sqrt{3}x+y=8$ (5) $\sqrt{3}x+y=10$ 。
- () 2. 已知一直線的 x 截距為 n , y 截距為 2, 試問共有多少個整數 n 使得此直線通過點 $P(7,k)$, 其中 k 為某正整數? (1) 1 (2) 3 (3) 5 (4) 7 (5) 9 個。
- () 3. 在坐標平面上,以 $(1,0)$ 、 $(-1,0)$ 、 $(0,1)$ 及 $(0,-1)$ 等四個點為頂點的正方形,與圓 $x^2+y^2+2x-2y+1=0$ 有幾個交點? (1) 0 (2) 2 (3) 4 (4) 6 (5) 8 個。
- () 4. 健忘先生在坐標平面上畫了三條直線 $2x-3y+6=0$ 、 $x+y-5=0$ 、 $x-4y+4=0$, 如圖一, 但他忘了標上相對應的直線方程式, 請你幫他找到 L_1 、 L_2 、 L_3 各自對應的直線方程式
 (1) $L_1:x-4y+4=0$ 、 $L_2:2x-3y+6=0$ 、 $L_3:x+y-5=0$ 。
 (2) $L_1:x-4y+4=0$ 、 $L_2:x+y-5=0$ 、 $L_3:2x-3y+6=0$ 。
 (3) $L_1:x+y-5=0$ 、 $L_2:2x-3y+6=0$ 、 $L_3:x-4y+4=0$ 。
 (4) $L_1:2x-3y+6=0$ 、 $L_2:x+y-5=0$ 、 $L_3:x-4y+4=0$ 。
 (5) $L_1:2x-3y+6=0$ 、 $L_2:x-4y+4=0$ 、 $L_3:x+y-5=0$ 。



(圖一)



(圖二)

- () 5. 承上題, 惡作劇先生將(圖一)三角形部分圖上陰影如(圖二), 聰明先生以為它是聯立不等式的解集合, 於是很快捷的寫下正確答案, 請問他寫的是

(1) $\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+y-5 \geq 0 \\ x-4y+4 \geq 0 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+y-5 \geq 0 \\ x-4y+4 \leq 0 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+y-5 \leq 0 \\ x-4y+4 \geq 0 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 2x-3y+6 \geq 0 \\ x+y-5 \leq 0 \\ x-4y+4 \leq 0 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} 2x-3y+6 \leq 0 \\ x+y-5 \leq 0 \\ x-4y+4 \leq 0 \end{cases}$ 。

二、多選題 (佔 10 分)

說明：第 6 至 7 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

- () 6. 坐標平面上兩點(4,1)和(-3,1)在直線 $2x+3y=k$ 的兩側，其中 k 為整數。請選出正確的選項：
- (1) 滿足上式的 k 最少有 12 個。
 - (2) 所有滿足上式的 k 的總和是 52。
 - (3) 所有滿足上式的 k 中，最小的是-3。
 - (4) 所有滿足上式的 k 的平均是 $\frac{52}{12}$ 。
 - (5) 所有滿足上式的 k 中，奇數與偶數的個數相同。
- () 7. 在一個牽涉到兩個未知量 x 、 y 的線性規劃作業中，有三個限制條件。坐標平面上符合這三個限制條件的區域是一個三角形區域。假設目標函數 $ax+by$ (a, b 是常數)在此三角形的一個頂點(17,13)上取得最大值 30，而在另一個頂點(11,11)取得最小值 22。現因業務需要，加入第四個限制條件，結果符合所有限制條件的區域變成一個四邊形區域，頂點少了(17,13)，新增了(15,14)和(14,12)。在這四個限制條件下，請選出正確的選項：
- (1) 數對 $(a, b)=(2,1)$
 - (2) $ax+by$ 的最大值發生在(15,14)
 - (3) $ax+by$ 的最小值發生在(14,12)
 - (4) $ax+by$ 的最大值是 29
 - (5) $ax+by$ 的最小值是 22。

三、選填題 (佔 45 分)

說明：1.第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (8~31)。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

答案一律化至最簡

- A. $A(6,5)$ 、 $B(-1,-2)$ 、 $C(3,-4)$ ，在 $\triangle ABC$ 中，求 \overline{BC} 邊上的中線方程式 $\underline{\textcircled{8}\textcircled{9}x+\textcircled{10}y+23=0}$ 。
- B. 承上題，求 $\triangle ABC$ 的垂心坐標 $(\underline{\textcircled{11}}, \underline{\textcircled{12}\textcircled{13}})$ 。
- C. 通過兩直線 $3x+y=5$ 和 $x-2y=-3$ 的交點且與直線 $4x-y=2014$ 垂直的直線方程式為 $\underline{x+\textcircled{14}y=\textcircled{15}}$ 。
- D. $A(2,-1)$ 、 $B(2,7)$ ，設點 P 在 y 軸上，且 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 為最小，求 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 之最小值為 $\underline{\textcircled{16}\sqrt{\textcircled{17}}}$ 。
- E. 已知一個線性規劃問題的可行解區域為四邊形 $ABCD$ 及其內部，其中 $A(2,3)$ 、 $B(6,13)$ 、 $C(4,17)$ 、 $D(0,9)$ 為坐標平面上的四個點。若目標函數 $P=ax+by+70$ (a, b 為實數)在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點(2,13)有最小值 7，則數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{18}\textcircled{19}}, \underline{\textcircled{20}\textcircled{21}})$ 。
- F. 已知一圓圓心在直線 $2x-y=2$ 上，且通過兩點(4,1)、(3,4)。若此圓圓心為 (h, k) ，半徑為 r ，則序對 $(h, k, r) = (\underline{\textcircled{22}}, \underline{\textcircled{23}}, \underline{\sqrt{\textcircled{24}}})$ 。

G. 設 k 為實數，方程式 $C: x^2 + y^2 - 2kx - 4y + 2k^2 - 2k - 11 = 0$ ，若 C 表一圓，則此圓的圓周長最大為何？

25 π 。

H. 一圓過兩點 $(-8, 9)$ 、 $(-4, 5 - 2\sqrt{6})$ ，且與兩軸都相切，若此圓圓心為 (h, k) ，半徑為 r ，則序對

$(h, k, r) = (\underline{26}, \underline{27}, \underline{28}), \underline{29}$ 。

I. 求通過 $(1, 2)$ 且與圓 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ 相切的直線方程式 $30x + y = 31$ 。

四、計算題（佔 20 分）

1. 已知直線 $L: y = mx + m + 3$ ， m 為實數， $A(4, 1)$ 、 $B(-3, 3)$ ， L 和 \overline{AB} 相交，求 m 的範圍。(5分)
2. 求通過點 $(1, 5)$ 且與圓 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 相切的直線方程式(用 $ax + by + c = 0$ 的形式表示)。(5分)
3. 小華帶了 70 元上市場買柿子和蘋果。如果柿子每顆 5 元，蘋果每顆 10 元，小華買柿子的個數至少是蘋果個數的 3 倍，且柿子至少買二個、蘋果至少買一個。
 - (1) 若購買柿子 x 顆，蘋果 y 顆就能滿足小華的購買限制，請寫出 x, y 必須滿足的不等式組。(x, y 的條件必須交代清楚)(3分)
 - (2) 畫出(1)中的可行解區域(3分，未用直尺不予計分)，並算出有幾種購買方法(2分)。
 - (3) 若柿子一顆可以提供維生素 C 8 單位，蘋果一顆可以提供維生素 C 12 單位，則如何購買可獲得最多單位的維生素 C?(2分)

答 案 卷

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____

四、計算題 (佔 20 分)

1. 已知直線 $L: y = mx + m + 3$, m 為實數, $A(4,1)$ 、 $B(-3,3)$, L 和 \overline{AB} 相交, 求 m 的範圍。(5分)

2. 求通過點 $(1,5)$ 且與圓 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 相切的直線方程式(用 $ax + by + c = 0$ 的形式表示)。(5分)

3. 小華帶了 70 元上市場買柿子和蘋果。如果柿子每顆 5 元, 蘋果每顆 10 元, 小華買柿子的個數至少是蘋果個數的 3 倍, 且柿子至少買二個、蘋果至少買一個。
 - (1) 若購買柿子 x 顆, 蘋果 y 顆就能滿足小華的購買限制, 請寫出 x 、 y 必須滿足的不等式組。(x 、 y 的條件必須交代清楚)(3分)
 - (2) 畫出(1)中的可行解區域(3分, 未用直尺不予計分), 並算出有幾種購買方法(2分)。
 - (3) 若柿子一顆可以提供維生素 C 8 單位, 蘋果一顆可以提供維生素 C 12 單位, 則如何購買可獲得最多單位的維生素 C?(2分)