

桃園市立平鎮高級中學 103 學年度 第一學期高三(社會組)數學期末考試卷

適用班級：301~307、309、314

考試範圍：選修數學(上) 1-1~1-2、學測範圍(1~4 冊)

命題教師：陳威男

答題說明：請各位同學將答案依題號依序填入答案卡中。

注意事項：

試卷張數：共計 3 頁

填答方式：答案卡，科目代碼：04

_____年_____班_____號 姓名：_____

一、單選題：(每題 5 分，答錯不扣分)

1. 已知以下各選項資料的迴歸直線(最適合直線)皆相同且皆為負相關，請選出相關係數最大的選項：

(1) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 1 & 13 & 1 \end{array}$ (2) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 3 & 10 & 2 \end{array}$ (3) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 5 & 7 & 3 \end{array}$ (4) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 9 & 1 & 5 \end{array}$ (5) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 7 & 4 & 4 \end{array}$

2. 設 $(1+\sqrt{2})^6 = a+b\sqrt{2}$ ，其中 a, b 為整數。請問 a 等於下列哪一個選項？

(1) $C_0^6 + 2C_2^6 + 2^2C_4^6 + 2^3C_6^6$ (2) $C_1^6 + 2C_3^6 + 2^2C_5^6$ (3) $C_0^6 + 2C_1^6 + 2^2C_2^6 + 2^3C_3^6 + 2^4C_4^6 + 2^5C_5^6 + 2^6C_6^6$

(4) $2C_1^6 + 2^2C_3^6 + 2^3C_5^6$ (5) $C_0^6 + 2^2C_2^6 + 2^4C_4^6 + 2^6C_6^6$

3. 在坐標平面上，以 $(1, 1)$ ， $(-1, 1)$ ， $(-1, -1)$ 及 $(1, -1)$ 等四個點為頂點的正方形，與圓 $x^2+y^2=1$ 有幾個交點？

(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個

4. 某疾病可分為兩種類型：第一類占 70%，可藉由藥物 A 治療，其每一次療程的成功率為 70%，且每一次療程的成功與否互相獨立；其餘為第二類，藥物 A 治療方式療程的成功率為 30%。在不知道患者所患此疾病的類型，且用藥物 A 第一次療程失敗的情況下，進行第二次療程成功的條件機率最接近下列哪一個選項？

(1) 0.4 (2) 0.45 (3) 0.5 (4) 0.55 (5) 0.6

5. 請問下列哪一個選項等於 $5(\log 2 + \log 3)$ ？

(1) $5\log(2^3)$ (2) $\log 3 \times 5\log 2$ (3) $5\log 2 \times \log 3$ (4) $\log 6^5$ (5) $3^5 \log 2$

6. 設 n 為正整數，符號 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^n$ 代表矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 自乘 n 次。令 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}$ ，求 $d_{10} = ?$

(1) 512 (2) 128 (3) 256 (4) 1024 (5) 2048

二、多選題：(每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得5分，只錯一個選項可得3分，錯兩個選項可得1分，不作答或錯三個以上選項不給分。)

7. 坐標平面上考慮兩點 $Q_1(1, 0)$, $Q_2(-1, 0)$. 在下列各方程式的圖形中，請選出其上至少有一點 P 滿足內積 $\overrightarrow{PQ_1} \cdot \overrightarrow{PQ_2} < 0$ 的選項。

- (1) $x=1$ (2) $y=x^2+1$ (3) $y=|x|$ (4) $4x^2+y^2=1$ (5) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$

8. 一物體由坐標平面中的點 $(-3, -6)$ 出發，沿著向量 \vec{v} 所指的方向持續前進，可以進入第四象限。請選出正確的選項。

- (1) $\vec{v} = (1, -2)$ (2) $\vec{v} = (1, -1)$ (3) $\vec{v} = (0.001, 0)$ (4) $\vec{v} = (0.001, 1)$ (5) $\vec{v} = (-0.001, 1)$

9. 莎韻觀測遠方等速率垂直上升的熱氣球。在上午 10:00 熱氣球的仰角為 30° ，到上午 10:10 仰角變成 34° 。到上午 10:30 時，熱氣球的仰角最接近度數 θ ，請選出正確的選項。

θ	30°	34°	39°	40°	41°	42°	43°
$\sin \theta$	0.500	0.559	0.629	0.643	0.656	0.669	0.682
$\cos \theta$	0.866	0.829	0.777	0.766	0.755	0.743	0.731
$\tan \theta$	0.577	0.675	0.810	0.839	0.869	0.900	0.933

- (1) $\tan 34^\circ = 0.675$ (2) $\tan \theta - \tan 34^\circ = 2(\tan 34^\circ - \tan 30^\circ)$ (3) $\tan \theta = 0.871$ (4) $\theta = 42^\circ$ (5) $\theta = 41^\circ$

10. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且已知 $f(1) > 0$, $f(2) < 0$, $f(3) > 0$ 。令 $g(x) = f(x) + (x-2)(x-3)$ ，請選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形是開口向下的拋物線
 (2) $y = g(x)$ 的圖形是開口向上的拋物線
 (3) 因為 $g(2) = f(2)$, $g(3) = f(3)$, 所以 $g(x) = 0$ 與 $f(x) = 0$ 在 2 與 3 之間有相同的實根
 (4) $g(1) > 0$
 (5) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最大實根，則 $g(\alpha) < f(\alpha)$

11. 設生男與生女的機會相等，A 家庭共有 4 個小孩，令 X 表示其中女孩的人數；B 家庭共有 2 個小孩，令 Y 表示其中女孩的人數，下列何者正確？

- (1) X 的所有可能取值為 $X=0, 1, 2, 3, 4$ (2) $P(X=2)$ 與 $P(Y=1)$ 相等 (3) $P(X=2) > P(X=3)$
 (4) $P(Y=2) > P(Y=1)$ (5) $P(X=1) > P(Y=1)$

12. 投擲一枚不均勻的硬幣，出現正面的機率為 $\frac{2}{3}$ ，出現反面的機率為 $\frac{1}{3}$ ，今丟擲此硬幣 5 次，若 X 表示出現正面的次數，則下列敘述何者正確？

- (1) $P(X=1) = \frac{10}{243}$ (2) $P(X=2) < P(X=3)$ (3) $P(X=3)$ 為最大 (4) X 的期望值為 $\frac{10}{3}$ (5) X 的標準差為 $\frac{\sqrt{10}}{9}$

三、選填題：(每題 5 分，全對才得分)

- A. 抽獎遊戲中，參加者從箱子裡一次抽出兩球，確定顏色後放回。只有抽中兩藍或兩紅可得獎金，其金額分別為(抽中兩藍) 600 元、(抽中兩紅) 250 元。箱中已置有 2 顆藍色球及 4 顆紅色球。若在抽出任一球機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得獎金的期望值為 20 元，則主辦單位應於箱內再置入 13 顆其他顏色的球。
- B. 保險公司針對 60 歲長青族推出一年期壽險，保險額 2000 萬元，保費 12400 元。若依統計資料顯示，60 歲長青族一年內死亡的機率為 0.0001，已知每張保單人事成本 3000 元，則保險公司每張保單利潤(扣掉人事成本)的期望值是多少元？ 14 15 16 17 .
- C. 設袋中有 9 顆球，分別編號 1 到 9 號，自袋中取出 3 球，令隨機變數 X 表示其中第二大的號碼(即"中位數")，則 $P(X=7)=\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$.
- D. 擲一公正的骰子 2 次，令隨機變數 X 表示出現點數差的絕對值，若當 $X=a$ 時機率最大， $X=b$ 時機率最小，則 $P(X=a)+P(X=b)=\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$.
- E. 從 5 雙尺寸式樣與顏色均相同的鞋子中任選 6 隻，令 X 表示此 6 隻可配成的雙數，則 $P(X=2)=\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{24}\textcircled{25}}$.
- F. 已知隨機變數 X 滿足 $E(-11X+3)=47$ ， $Var(-7X+3)=196$ ，若 X 的期望值 $E(X)=a$ ，變異數 $Var(X)=b$ 與標準差 $\sigma(X)=c$ ，則序對 $(a,b,c)=(\textcircled{26}\textcircled{27}, \textcircled{28}, \textcircled{29})$.
- G. 袋中裝有 1 號球 1 顆，2 號球 2 顆， \dots ，10 號球 10 顆，自袋中任取一球，取到 k 號球時，可得 $(50+k)$ 元 ($k=1, 2, \dots, 10$)，試問任取一球的期望值為多少元？ 30 31 .
- H. 某飲料公司發售每瓶 25 元的飲料，配合「開瓶得現金」活動，其瓶蓋內印有 100 元、300 元、500 元等獎項，其中獎機率依次為千分之 14、12、10，其餘均為銘謝惠顧。若每瓶飲料的成本為 8 元，試問該公司預期每瓶飲料可賺多少元？ 32 .