# 桃園市立平鎮高中 103 學年度第一學期 高三 數學科 期末考試卷

適用班級：308、310~313　　　　考試範圍：第一冊~第四冊　　　命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數　　　　________班_____號　姓名：__________

## 一、單選題：

**說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項．各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算．**

1. ( ① )試問 $(x^2-x+1)^3+1=0$ 有幾個相異實數解？(1)0 個　(2)1 個　(3)2 個　(4)3 個　(5)6 個

2. ( ② )設 $S=\left\{\begin{bmatrix} a & 1 \\ b & c \end{bmatrix} \middle| \begin{bmatrix} a & 1 \\ b & c \end{bmatrix}\text{是二階方陣；}a, b, c\text{為}1,2,3\text{或}4\right\}$，今從 S 中任取一個二階方陣，則其反方陣存在的機率為下列何者？(1)$\frac{1}{8}$　(2)$\frac{5}{32}$　(3)$\frac{11}{64}$　(4)$\frac{37}{64}$　(5)$\frac{7}{8}$

## 二、多重選擇題：

**說明：第 3 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項．各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算．**

3. ( ③ ) $a,b,c$ 為實數，關於方程組 $L:\begin{cases} 3x+y-ax=2 \\ 2x+y-bz=c \\ 5x+2y+3z=3+c \end{cases}$ 的敘述，下列正確的選項是：

   (1)若方程組 $L$ 恰有一組解，則 $a+b+3\neq 0$　(2)若方程組 $L$ 有解，則必定恰有一組解
   (3)若方程組 $L$ 無解，則 $a+b+3=0$　(4)若 $a+b+3=0$，，則方程組 $L$ 無解
   (5)若方程組 $L$ 恰有一組解，則 $z=\dfrac{1}{a+b+3}$

4. ( ④ )設 $\sqrt{-1}=i$，則下列敘述哪些正確？

   (1)複數 $a+bi$ 的共軛複數為 $a-bi$
   (2)設 $a\neq 0$，若方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的判別式 $D=b^2-4ac>0$，則此方程式的兩根為相異實數
   (3)設 $a\neq 0$，若方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的兩根為 $\alpha$與$\beta$，則 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$
   (4)設 $f(x)$ 為實係數多項式，若 $a$與$b$ 為相異實數且滿足 $f(a)\cdot f(b)<0$，則方程式 $f(x)=0$ 在 $a$與$b$ 之間至少有一實根
   (5)設 $f(x)$ 為實係數多項式，若 $a$與$b$ 為相異實數且方程式 $f(x)=0$ 在 $a$與$b$ 之間至少有一實根，則 $f(a)\cdot f(b)<0$

5. ( ⑤ )於空間坐標系中，設 $A(1,-1,2),B(3,1,3),C(-4,-2,-4)$，則列哪些選項是正確的？

   (1) $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$ 之夾角為銳角　(2) $\overline{AB}$ 在 $\overline{AC}$ 之正射影為 $(-4,-4,-2)$

   (3)點 C 在直線 AB 之投影點坐標為 $(-3,-5,0)$　(4)點 C 至直線 AB 之距離為 $\sqrt{26}$

   (5)若 O 為原點，則四面體 OABC 的體積為 $\frac{1}{3}$

6. ( ⑥ )給定函數 $f(x)=\dfrac{x}{2}(3x-11)+6$ 及數列 $<x_n>$ 定義如下：

   $x_1=1,x_2=f(x_1),x_3=f(x_2),x_4=f(x_3),\cdots$，即 $x_1=1$，且 $x_n=f(x_{n-1}),n\geq 2$。選出正確選項：
   (1) $x_2=2$　(2) $x_3=3$　(3) $x_{2015}=1$　(4) 數列 $<x_n>$ 每一項皆為整數
   (5)數列 $<x_n>$ 的最大值為 3

三、選填題：

| |
|---|
| **說明：第 A 至 N 題，每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分 .** |

A. 設多項式 $h(x)$ 被 $x^2-1$ 除後之餘式為 $3x+4$，並且已知 $h(x)$ 有因式 $x$，若 $h(x)$ 被 $x(x^2-1)$ 除後的餘式為 $px^2+qx+r$，則 $p^2-q^2+r^2=$ ___⑦___

B. 若 $O$ 為原點，$A(\cos 75^\circ+\cos 15^\circ, \sin 75^\circ+\sin 15^\circ)$，則 $\overline{OA}$ 的值為 ___$\sqrt{⑧}$___

C. 滿足不等式 $|3+\log_2(x+1)|\le 8$ 的整數 $x$ 值共有 ___⑨⑩___ 個。

D. 在 $\Delta ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=5, \cos\angle ABC=-\dfrac{3}{5}$，且其外接圓半徑為 $\dfrac{13}{2}$，則 $\cos\angle BAC=$ ___$\dfrac{⑪⑫}{⑬⑭}$___

E. 作某項科學實驗共有三種可能結果 A、B、C，其發生的機率分別為 $P_A=\log_2 a$、$P_B=\log_4 a$、$P_C=\log_8 a$；其中 $a$ 為一正實數，則 $P_A=$ ___$\dfrac{⑮}{⑯⑰}$___

F. 小華上學都是由父母開車親送，每 10 次之中有 2 次由媽媽開車，其餘 8 次由爸爸開車。依據經驗，爸爸開車時，小華遲到的機率為 $\dfrac{3}{10}$；媽媽開車時，小華遲到的機率為 $\dfrac{7}{10}$。已知某日小華遲到了，則此日是由媽媽開車的機率為 ___$\dfrac{⑱}{⑲⑳}$___

G. 有兩組資料 A 與 B，已知資料 A 的算術平均數為 10，標準差為 2，資料 B 的算術平均數為 15，標準差為 $\dfrac{5}{3}$，且 A 與 B 的相關係數為 $\dfrac{4}{5}$。令 $X=2A-7, Y=-3B+5$，則 Y 對 X 之迴歸直線方程式為 ___$y=$ ㉑㉒ $x-$ ㉓㉔___ .

H. 當 $x,y$ 滿足限制條件 $\begin{cases} x\ge 0 \\ y\le x \\ 2x+y+k\le 0 \end{cases}$ ($k$為常數) 時，能使 $z=x+3y$ 的最大值為 12，求此時 $k$ 的值為 ___㉕㉖___

I. 小英申請了一張提款卡，需要設定一組四位數(範圍由 0000~9999)的密碼才可領取現金，他怕把密碼給忘掉了，想把密碼寫在提款卡上，但又不想寫得太明白，索性就寫了:「四個數字均相異，千位數比 6 大，百位數比 5 小，十位數是奇數，個位數是偶數」，請問像這樣子的四位數共有 ___㉗㉘㉙___ 組

J. 在空間中，設平面 $E: x-2y+3z+3=0$ 為一鏡面，若有一光線自點 $A(1,-2,2)$ 射向鏡面 E 上的一點 $P$，經過反射到點 $B(-2,-3,0)$，則此光線路徑 $\overline{AP}+\overline{PB}=$ ___$\sqrt{㉚㉛}$___

K. 若 $(x_0,y_0,z_0)$ 為方程組 $\begin{cases} 2x-y+z=0 \\ x+2y-2z=1 \\ x-3y+3z+1=0 \end{cases}$ 的任一組解，則 $2{x_0}^2-{y_0}^2-{z_0}^2+3$ 的最大值為 ___㉜___

L. 一拋物線 $\Gamma: y^2=8x$，$F$ 為其焦點，A、B 在 $\Gamma$ 上且在對稱軸之同側，若 $\overline{AF}=4, \overline{BF}=10$，求 $\Delta ABF$ 面積為 ___㉝㉞___

M. 已知 $C^{20}_{2n+6}=C^{20}_{n+2}$，求 $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^n$ 展開式中 $x^2$ 的係數為 ___㉟㊱___

N. 中心點在原點的橢圓過點 $A(2,3)$，若其一個焦點恰為拋物線 $y^2=8x$ 的焦點，則此橢圓的短軸長為 ___㊲$\sqrt{㊳}$___