

第一部分：選擇題（佔 60 分）

壹、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

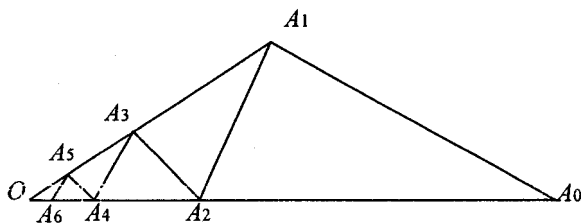
1. 設一等差數列的項數為偶數，已知其奇數項之和與偶數項之和分別為 24 與 36，若最後一項比第一項大 22.5，則此等差數列的項數為多少項？

(1) 20 (2) 16 (3) 12 (4) 10 (5) 8。

2. 已知 $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ ，若 $1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + 21^3 = a$ ，則下列哪一個選項正確？

(1) $26000 < a < 27000$ (2) $27000 < a < 28000$ (3) $28000 < a < 29000$ (4) $29000 < a < 30000$ (5) $30000 < a < 31000$ 。

3. 如下圖中， $\triangle OA_0A_1$ 是一底角 30° 而腰長為 1 的等腰三角形。已知 $\angle OA_1A_2 = 30^\circ$ ，線段 $A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3, \dots$ 互相平行，且線段 $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$ 也互相平行，試問 $A_1A_2 : A_0A_1$ 的比值等於多少？



(1) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

4. 承上題，三角形 $\triangle OA_0A_1A_2, \triangle A_1A_2A_3, \triangle A_2A_3A_4, \triangle A_3A_4A_5, \triangle A_4A_5A_6$ 的面積之和等於多少？

(1) $\frac{121\sqrt{3}}{486}$ (2) $\frac{123\sqrt{3}}{486}$ (3) $\frac{125\sqrt{3}}{486}$ (4) $\frac{129\sqrt{3}}{486}$ (5) $\frac{131\sqrt{3}}{486}$ 。

5. 一組 5 個二維數據 (x, y) ，滿足 $\sum_{i=1}^5 x_i = 135$ ， $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 3661$ ， $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 2842$ ， $\sum_{i=1}^5 y_i = 105$ ， $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 2209$ ，則 x 與 y 的相關係數 $r =$ (1) 0 (2) 0.5 (3) 0.75 (4) 0.875 (5) 1。

6. 設有 10 個資料，其中有 6 個資料的算術平均數為 9，標準差為 3；另外剩餘 4 個資料的算術平均數為 4，標準差為 2。若全部 10 個資料的標差為 $\sqrt{k}$ ，則 $k =$ (1) 13 (2) 14 (3) 15 (4) 16 (5) 17。

貳、多選題（佔 30 分）

說明：第 7 至 12 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

7. 有一數列 $\{a_n\}$ 之前 n 項之和 $S_n = n^2 + 6n + k$ ，其中 k 為常數，則下列選項哪些是正確？

(1) $a_1 = 7 + k$ (2) $a_3 = 11$
 (3) $a_6 - a_5 = -2$ (4) 當 k 為正數時， $\{a_n\}$ 恆為等差數列
 (5) $a_n - a_{n-1} = 2$ ，其中 $n \geq 3$ ， n 為正整數

8. 數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 3$ 且 $(a_n - 6) = \frac{1}{2}(a_{n-1} - 6)$ ， n 為正整數，由此推得下列選項哪些是正確？

(1) $a_2 = \frac{9}{2}$ (2) $a_4 < 5$ (3) $a_n = 6\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$ (4) $a_{n+1} > a_n$ (5) $a_n < 6$

9. 某班平時考成績之全距為 60 分，算術平均數 60 分，中位數 55 分，變異數 100 分，標準差 10 分；今老師將每位同學成績乘上 0.7 後加 25 分當作學期平時成績，則下列統計量有哪些在改分後會變小？

(1) 全距 (2) 算術平均數 (3) 中位數 (4) 變異數 (5) 標準差

10. 有一組 (X, Y) 的資料 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ， $\mu_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i$ ， $\mu_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n y_i$ ， X 與 Y 的相關係數為 r ， Y 對 X 的迴歸直線

$L: y = a + bx$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) (μ_x, μ_y) 在直線 L 上
(2) 當 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 時，相關係數為 $r = 0$
(3) $X + 3$ 與 $Y + 3$ 的相關係數為 r
(4) $2X + 3$ 與 $2Y + 3$ 的相關係數為 $2r$
(5) $2X + 3$ 與 $2Y + 3$ 的迴歸直線斜率為 b

11. 滿足 $A(2,2)$ 、 $B(3,12)$ 、 $C(5,8)$ 、 $D(6,10)$ 的迴歸直線 L 為 $y = a + bx$ ，請問下列敘述何者正確？

- (1) L 的斜率為 $\frac{8}{5}$
(2) $(-1,2)$ 在此迴歸直線上
(3) 此四組數據的相關係數為 $\frac{6}{5}$
(4) $a \times b = \frac{96}{25}$
(5) x 的標準差大於 y 的標準差

12. 將某班級學生的段考國文成績 (X) 、數學成績 (Y) 作成統計資料 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 $\dots$ 、 (x_n, y_n) ，其中各科成績均已 100 分為滿分、最低分 0 分。計算後可得到相關係數 $r_{XY} = 0.8$ ，且由最小平方方法得到的迴歸直線為 $L: y = 0.4x + 10$ ，若令 $z_k = 0.4x_k + 60$ （統稱為數據 Z ），對於 $1 \leq k \leq n$ 均成立。請選出正確的選項。

- (1) X 的標準差大於 Y 的標準差
(2) X 的平均數小於 Y 的平均數
(3) Z 和 Y 的相關係數為 0.32
(4) Y 對 Z 以最小平方方法所得到的迴歸直線斜率為 1
(5) 承(4)，該直線與兩軸所圍成的三角形面積為 50

第二部分：選填題（佔 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13~34)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 在 5 與 15 之間插入兩個正數 a, b ，使得前三數成等比數列而後三數成等差數列，則 $a + b = \frac{\textcircled{13}\textcircled{14}}{\textcircled{15}}$ 。

B. 數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_n - a_{n+1} = n^2 \cdot a_n \cdot a_{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$)，則 a_{10} 之值為 $\frac{\textcircled{16}}{\textcircled{17}\textcircled{18}\textcircled{19}}$ 。（化成最簡分數）

C. 已知 $\sum_{k=1}^n(3k+5t) = 730$, $\sum_{k=1}^n(2k-5t) = 320$, 求 $n = \underline{\textcircled{20}\textcircled{21}}$ 。

D. 有二等差數列之前 n 項和之比為 $(3n+1):(7n-11)$, 則此二數列第六項的比值為 $\underline{\frac{\textcircled{22}\textcircled{23}}{\textcircled{24}\textcircled{25}}}$ 。(化成最簡分數)

E. 設一等比數列的首項為1536, 公比為 $\frac{1}{2}$, 和為3066, 則項數 $= \underline{\textcircled{26}}$ 。

F. 高一甲班某次月考數學成績 X 與物理成績 Y 之平均數、標準差、相關係數如下: $\mu_x = 70, \mu_y = 65, \sigma_x = 10, \sigma_y = 5, r = 0.8$, 若某位考生的數學成績是95分, 則可推估其物理成績為 $\underline{\textcircled{27}\textcircled{28}}$ 。

G. 設某公司最近三年之營業額的年成長率分別為-10%, 50%, 150%, 則這三年營業額的平均成長率為 $\underline{\textcircled{29}\textcircled{30}\%}$ 。

H. 二維數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, x 值的平均數為4, y 值的平均數8, 迴歸直線的斜率為6, 則 $(3x_1, -2y_1 + 1), (3x_2, -2y_2 + 1), \dots, (3x_n, -2y_n + 1)$ 的迴歸直線為 $\underline{y = \textcircled{31}\textcircled{32}x + \textcircled{33}\textcircled{34}}$ 。

參考公式及可能用到的數值

1. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$, 標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$

2. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$