

桃園市平鎮高中 103 學年度 第二學期 第二次期中考 高三社會組數學科試卷

適用班級：301~307、309、314

考試範圍：選修乙下冊第一章全

命題教師：游正祥

試卷張數：共計 2 張 第 1 頁

_____ 班 _____ 號 姓名：_____

一、單選題 (8 題 每題 5 分 共 40 分)

- 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + c}{4n + 6} = 5$ ，其中 a, b, c 為實數，下列何者為真？ (1) $a=4$ (2) $a=0$ (3) $b=4$ (4) $b=20$ (5) $c=5$ 。
- 求 $\lim_{x \rightarrow 2} [x] =$ (1) 2 (2) 1 (3) 0 (4) -2 (5) 不存在。
- 已知 $a_n = \frac{3^n + 4^n}{5^n}$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) 4 (4) $\frac{11}{2}$ (5) 0。
- 已知 $a_n = \frac{3^n + 4^n}{5^n}$ ，求 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n =$ (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) 4 (4) $\frac{11}{2}$ (5) 0。
- 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{4n^2 + n}} \right) =$ (1) 0 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) 1 (5) 不存在。
- 已知 $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 14x - 30$ ，根據中間值定理，判斷 $f(x)$ 在哪兩個連續整數之間有實數解？
(1) (0, 1) (2) (1, 2) (3) (2, 3) (4) (3, 4) (5) (4, 5)
- 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = 3$ ，則 $2a + b$ 之值為 (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5。
- 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 2}{x + 1} + \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} \right)$ 之值為 (1) 0 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{11}{4}$ (4) $\frac{13}{4}$ (5) 不存在。

二、多選題 (3 題 每題 5 分 共 15 分)

- 下列無窮數列，哪些是收斂數列？ (1) $\left\langle \left(\frac{1}{\sqrt{2} + 1} \right)^n \right\rangle$ (2) $\langle (1.01)^n - 1 \rangle$ (3) $\langle 1 - (0.9)^n \rangle$ (4) $\left\langle \frac{(-1)^n + 1^n}{2} \right\rangle$ (5) $\left\langle \frac{2n^3 - 100}{15n^2 + 7} \right\rangle$
- 下列各無窮等比級數，哪些收斂？ (1) $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \cdots + \left(-\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \cdots$ (2) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{8}{45} + \cdots + \frac{2}{5} \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \cdots$
(3) $1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \cdots + \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1} + \cdots$ (4) $6 + 6 + 6 + \cdots + 6 + \cdots$ (5) $-2 + 2 - 2 + \cdots + (-1)^n \cdot 2 + \cdots$
- 設 $f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & \text{若 } -1 \leq x < 1 \\ x^2 + 1, & \text{若 } 1 \leq x < 2 \\ -x^3 + 2x - 1, & \text{若 } 2 \leq x < 3 \end{cases}$ ，且 $f(x) = f(x - 4)$ 。選出正確的選項：
(1) $f(0) = -3$ (2) $f(1) = -1$ (3) $f(\sqrt{3}) = 4$ (4) $f(-2) = -5$ (5) $f(13) = 9$ 。

三、填充題 (9 格 每格 5 分 共 45 分)

- 設有一無窮等比級數的首項為 $0.\bar{3}$ ，第二項為 $0.2\bar{7}$ ，則此無窮等比級數的和為 ⑫。
- 設 a 與 b 均為實數，若 $\frac{a}{2} + \frac{b}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \frac{b}{2^4} + \cdots + \frac{a}{2^{2n-1}} + \frac{b}{2^{2n}} + \cdots = 3$ ，則 $2a + b =$ ⑬。
- 已知 $b_n = 16 \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \left(1 - \frac{1}{4^2} \right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n =$ ⑭。

15. 設 k 為實數，欲使函數 $f(x) = \begin{cases} x^3 + kx - 2, & x \geq 2 \\ -x^2 + k, & x < 2 \end{cases}$ 為一連續函數，則(1) $k =$ 15 16 17 (2) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$ 18 19 20 .

16. 設 $f\left(\frac{x-1}{2x+1}\right) = \frac{4x-1}{2x+3}$ ，求 $f(1) =$ 21 .

17. 已知 $f(x) = 2x + 1$ ， $g(x) = x^2$ ， $f(g(2)) =$ 22 .

18. 若無窮等比級數 $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{n-1}} + \cdots$ 的和為 S ，此級數的前 n 項部分和為 S_n ，若欲使 $|S - S_n| < \frac{1}{1000}$ 成立，則最小正整數 $n =$ 23 .

19. 已知 $f(x)$ 為三次多項式函數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x+7} =$ 24 25 .