

第一部分：選擇題（佔 60 分）

壹、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

- 古希臘著名的畢達哥拉斯學派發現數學和音樂的關係。(一)彈撥繃緊的弦所發出的聲音，其音高取決於弦的長度。(二)當彈撥長短不等的弦，其長度成「簡單」整數比時就會產生諧音。有此法可推出 Do、Re、Mi、Fa、Sol、La、Si 七聲音階。已知弦長 ℓ 的琴弦發出的音為 Do，而弦長 $\frac{26}{34}\ell$ 的琴弦發出的音為 Fa(頻率 330Hz)，請問下列哪一個弦長發出的音為 Si(頻率 440Hz)？(註：弦振動的頻率與弦長成反比)
 - $\frac{23}{32}\ell$
 - $\frac{2}{3}\ell$
 - $\frac{27}{35}\ell$
 - $\frac{24}{33}\ell$
 - $\frac{23}{34}\ell$ 。
- 符合不等式 $\frac{2x+6}{x^2-x-6} \leq -1$ 的整數解 x 共有多少個？
 - 0
 - 1
 - 2
 - 3
 - 4。
- 有一個 5 次實係數多項式 $f(x)$ ，已知 $f(-2) = -1$ 、 $f(-1) = 2$ 、 $f(1) = 2$ 、 $f(2) = -3$ 則下列敘述何者正確？
 - 多項式方程式 $f(x) = 0$ 有 5 個實根
 - $f(x) = 0$ 在 -1 至 1 中間至少有一個實根
 - $f(x) = 0$ 在 1 至 2 中間至少有一個實根
 - $f(0)$ 必大於 0
 - $f(100)$ 必大於 0。
- 整係數方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 25 = 0$ 有四個相異有理根，求 $b = ?$
 - 25
 - 26
 - 27
 - 28
 - 29。
- 若方程式 $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2 = 0$ 有一根為 $1 - i$ ，則不等式 $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 2 < 0$ 的解為何？
 - $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$
 - $1 < x < 2$
 - $-2 < x < -1$
 - 無實數解
 - x 為任意實數。

6. 已知 a 為整數，且 $a > 77$ ， $f(x) = (x - 101)(x - 102)(x - a) - 50$ 有整係數一次因式，求 $a = ?$
- (1) 100
 - (2) 203
 - (3) 78
 - (4) 85
 - (5) 80。

貳、多選題（佔 30 分）

說明：第 7 至 12 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

7. 已知二次函數 $y = (3 - x)^2 - kx$ 的圖形恆在 $y = k$ 的上方，則 k 值有可能為下列何者？

- (1) 6
- (2) 2
- (3) -2
- (4) -6
- (5) -10。

8. 關於實係數三次多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，下列敘述何者正確？

- (1) 若 $f(x) = 0$ 在 1 與 2 之間有實數，則 $f(1) \cdot f(2) < 0$
- (2) 若 $f(2 + i) = 0$ ，則在 $f(2 - i) = 0$
- (3) 若 $\frac{2}{3}$ 為 $f(x) = 0$ 的一個根，則 a 必為 3 的倍數
- (4) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸必有奇數個交點
- (5) $y = f(x)$ 與 $y = -x^2$ 的圖形有交點。

9. 下列哪些不等式的解為 $x < -3$ 或 $-1 < x < 2$ ？

- (1) $(x + 1)(x - 2)(x + 3) > 0$
- (2) $(-x^2 + x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 3) > 0$
- (3) $\frac{2 - x}{(x + 1)(x + 3)} < 0$
- (4) $\frac{1}{(x + 1)(x - 2)(x + 3)} \leq 0$
- (5) $(x + 1)(x - 2)^2(x + 3)^3 < 0$ 。

10. 方程式 $x^4 - x^3 - 9x^2 + 2x + 12 = 0$ ，在下列哪些連續整數之間有實根？

- (1) 2 與 3 之間
- (2) 3 與 4 之間
- (3) -1 與 0 之間
- (4) -2 與 -3 之間
- (5) -3 與 -4 之間。

11. 若 $a > 0$ ， $a \neq 1$ 且 $a + a^{-1} = 7$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$
- (2) $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}} = 24$
- (3) $a^2 + a^{-2} = 47$
- (4) $a^{\frac{5}{2}} + a^{-\frac{5}{2}} = 123$
- (5) $a^3 + a^{-3} = 321$ 。

12. 已知方程式 $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 8x + 6 = 0$ 有兩根和為 0，試問下列哪些選項是此多項式方程式的根？

- (1) 1
- (2) $\sqrt{2}$
- (3) $-1 - \sqrt{2}$
- (4) $-1 + \sqrt{7}$
- (5) $-2 + \sqrt{7}$ 。

第二部分：選填題（佔 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13~30)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知 $2 + i$ 為三次實係數多項式方程式 $f(x) = 0$ 的其中一根，又 $f(1) = f(2) = 4$ ，求 $f(3) =$ ⑬⑭。

B. 設 $f(x)$ 為一個四次多項式函數，且 $f(x)$ 除以 x 、 $(x-1)$ 、 $(x-2)$ 、 $(x-3)$ 的餘式皆為 -36，又 $f(4) = 12$ ，則 $f(-1) =$ ⑮⑯。

C. 設 a 為實數，令 α 、 β 為二次方程式 $x^2 + (a-8)x + (3-a) = 0$ 的兩個根。試問當 a 為何值時， $|\alpha - \beta|$ 有最小值？
 $a =$ ⑰。

D. a, b, c 為實數， $a \neq 0$ ， $5^a = 2^b = \sqrt{10^c}$ ，試問 $(10)^{\frac{c}{a} + \frac{c}{b}}$ 為幾位數？ ⑱。

E. 已知二次函數 $f(x) = 9 \times \frac{(x-5)(x-7)}{(1-5)(1-7)} + 9 \times \frac{(x-1)(x-7)}{(5-1)(5-7)} - 6 \times \frac{(x-1)(x-5)}{(7-1)(7-5)}$ ，求 $f(x)$ 的最大值為 ⑲⑳。

F. 設 $f(x)$ 為一個三次實係數多項式，若以 $x^2 - x - 2$ 除之餘 $11x + 6$ ，以 $x^2 + x + 2$ 除之餘 $x + 2$ ，則 $f(x)$ 除以 $3x + 6$ 所得的餘式為 ㉑㉒㉓。

G. 某都市在民國 x 年時的人口數量是 $f(x) = a \cdot b^{-cx}$ (單位：人)，其中 a, b, c 均為常數，若民國 60 年時人口為 10000 人，民國 70 年時為 15000 人，則民國 100 年時的人口數為 ㉔㉕㉖㉗㉘ 人。

H. 若 $ax^2 + bx + c > 0$ 之解為 $-2 < x < 5$ ，則 $ax^2 + 3bx - 2c < 0$ 之解為 $x > 29$ 或 $x < 30$ 。

桃園市立平鎮高級中學 104學年第1學期 月考二一年級不限組別數學 I [20151125100020101051] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					557					高分組					150					低分組					150					全體答對率	難易指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未								
1	單選題	5	4	183	371	0	0	0	3	70	79	0	0	0	1	28	121	0	0	0	1	32.85%	0.327												
2	單選題	5	5	216	337	0	0	0	4	89	60	0	0	0	1	30	120	0	0	0	0	38.78%	0.397												
3	單選題	5	3	360	194	0	0	0	3	123	27	0	0	0	0	63	87	0	0	0	0	64.63%	0.620												
4	單選題	5	2	361	194	0	0	0	2	115	34	0	0	0	1	58	92	0	0	0	0	64.81%	0.577												
5	單選題	5	1	341	215	0	0	0	1	111	39	0	0	0	0	49	100	0	0	0	1	61.22%	0.533												
6	單選題	5	3	117	413	0	0	0	27	39	105	0	0	0	6	33	110	0	0	0	7	21.01%	0.240												
7	多重選五	5	345	181	220	362	378	324	13	38	45	106	117	96	2	57	76	85	92	78	4	41.47%	0.400												
8	多重選五	5	25	395	472	231	308	203	4	107	134	65	78	64	2	99	107	69	86	52	1	2.69%	0.013												
9	多重選五	5	24	87	352	220	291	145	4	18	97	49	85	25	0	32	86	81	71	56	2	18.31%	0.160												
10	多重選五	5	24	116	423	91	434	124	6	25	128	18	126	21	0	42	90	38	108	51	2	49.91%	0.477												
11	多重選五	5	134	313	152	431	178	141	11	98	31	129	43	22	3	65	70	89	62	62	4	7.72%	0.073												
12	多重選五	5	25	80	385	218	234	276	20	16	120	36	49	85	4	31	79	86	85	78	4	18.31%	0.200												
13	題組A	5	12	169	388	0	0	0	0	80	70	0	0	0	0	18	132	0	0	0	0	30.34%	0.327												
15	題組B	5	12	223	334	0	0	0	0	97	53	0	0	0	0	15	135	0	0	0	0	40.04%	0.373												
17	題組C	5	6	58	499	0	0	0	0	32	118	0	0	0	0	6	144	0	0	0	0	10.41%	0.127												
18	題組D	5	3	110	447	0	0	0	0	53	97	0	0	0	0	11	139	0	0	0	0	19.75%	0.213												
19	題組E	5	14	57	500	0	0	0	0	37	113	0	0	0	0	2	148	0	0	0	0	10.23%	0.130												
21	題組F	5	-20	29	528	0	0	0	0	23	127	0	0	0	0	0	150	0	0	0	0	5.21%	0.077												
24	題組G	5	50625	99	458	0	0	0	0	47	103	0	0	0	0	3	147	0	0	0	0	17.77%	0.167												
29	題組H	5	54	232	325	0	0	0	0	80	70	0	0	0	0	27	123	0	0	0	0	41.65%	0.357												
31	送分題	10	.	0	0	0	0	0	557	0	0	0	0	0	150	0	0	0	0	0	150	100.00%	1.000												
										選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯																									

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯