

桃園市立平鎮高中 104 學年度第一學期 第二次段考試卷 高三數學科

適用班級：308、310~313

考試範圍：選修數甲(上)ch2 全

試卷張數：題目卷二張 3 頁

填答方式：答案卡（班號請務必劃記清楚）

答題說明：1~6 為單選題，每題 5 分；7~10 為多選題：全對得 5 分、答錯 1 個選項得 3 分、答錯 2 個選項得 1 分，其餘以 0 分計；
A~J 每題 5 分（若答案為分數，請務必化為最簡分數後再填答）

() 1. 將 $y = \sin x$ 函數圖形上所有點的橫坐標都以軸為中心壓縮為原來之半，得新圖形的方程式為 $y = f(x)$ ，

若再將 $y = f(x)$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 單位，所得新圖形的方程式為 $y = g(x)$ ，則 $g(x) = ?$

- (1) $\sin(2x + \frac{\pi}{4})$ (2) $\sin(2x - \frac{\pi}{4})$ (3) $\sin(2x + \frac{\pi}{2})$ (4) $\sin(2x - \frac{\pi}{2})$ (5) $2\sin(x + \frac{\pi}{4})$ 。

() 2. 設 $a = \tan 2$ ， $b = \tan 2^\circ$ ， $c = \tan \pi$ ， $d = \tan \pi^\circ$ ，則 a, b, c, d 的大小關係為？

- (1) $c > a > d > b$ (2) $d > b > c > a$ (3) $c > d > a > b$ (4) $d > a > c > b$ (5) $c > a > b > d$ 。

() 3. 學生好帥在地面某定點測得數公里外大樓樓頂的仰角為 α ，朝大樓方向沿直線前進 150 公尺之後，重新測得樓頂仰角為 β ，再沿同一直線繼續前進 150 公尺後，測得樓頂仰角為 γ 。試問下列哪一個選項的數值依序成等差數列？

- (1) $\sin \alpha, \sin \beta, \sin \gamma$ (2) $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ (3) $\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$ (4) $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ (5) α, β, γ 。

() 4. 下列數值何者最接近 $\sqrt{3}$ ？

- (1) $\sin 39^\circ + \sqrt{3} \cos 39^\circ$ (2) $\sqrt{3} \sin 39^\circ + \cos 39^\circ$ (3) $\sin 59^\circ + \sqrt{3} \cos 59^\circ$
(4) $\sqrt{3} \sin 59^\circ + \cos 59^\circ$ (5) $\sin 79^\circ + \sqrt{3} \cos 79^\circ$ 。

() 5. 若 z 為複數，且滿足 $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$ ，則 $z^{2012} + \frac{1}{z^{2012}} = ?$

- (1) -1 (2) $-\sqrt{3}$ (3) 1 (4) $\sqrt{3}$ (5) $\sqrt{2}$ 。

() 6. 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z+3-i| + |z-1+2i| = 5$ 的複數 z ，會形成什麼圖形？

- (1) 一圓 (2) 一直線 (3) 兩直線 (4) 一點 (5) 一線段 。

() 7. 下列哪些函數的最小正週期為 π ？

- (1) $y = \cos|x|$ (2) $y = |\sin x + \cos x|$ (3) $y = |\tan x|$ (4) $y = \cos x + |\cos x|$ (5) $y = 3\sin(2x - \frac{\pi}{6}) - 1$ 。

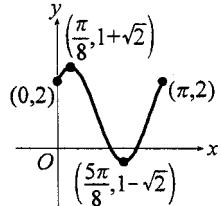
() 8. 若 $\Gamma = \{z | z \text{ 為複數且 } |z-i|=1\}$ ，則下列哪些點會落在圖形 $\Omega = \{\omega | \omega = iz, z \in \Gamma\}$ 上？

- (1) $-2i$ (2) -2 (3) $1-i$ (4) $-1+i$ (5) $-1-i$ 。

- () 9. 設複數 $\omega = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$, 下列各敘述何者正確?
- (1) $\omega^3 = 1$ (2) $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \omega^4 + \omega^5 = 0$ (3) $\omega^{66} + \omega^{67} + \omega^{68} + \cdots + \omega^{102} = 0$
 (4) 若將 $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5$ 標在複數平面上，分別為 A, B, C, D, E, F 六個點，則 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AF} = 6$
 (5) 若將 $\omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \omega^5$ 標在複數平面上，分別為 B, C, D, E, F 五個點，則五邊形 $BCDEF$ 的面積為 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 。

- () 10. 下圖為函數 $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ 的部分圖形，其中 $0 \leq c \leq \pi$ ，下列選項正確的為?

- (1) 週期為 π (2) $(a, b) = (\sqrt{2}, 1)$
 (3) $d = \sqrt{2}$ (4) $c = \frac{\pi}{4}$
 (5) $f(x) = a \cos(bx - c) + d$ 。



A. 當 $0 \leq x \leq 3\pi$ ，若方程式 $\sin x = \log x$ 的實數解有 a 個，且方程式 $\tan x = 1+x$ 的實數解有 b 個，則 $a+b = \underline{\text{⑪}}$ 。

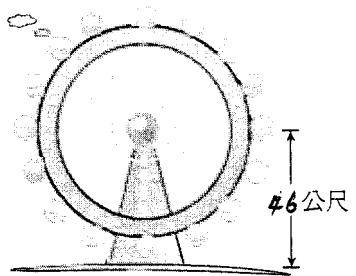
B. 設 $f(x) = \cos^2 2x - 3 \sin^2 x + 1$ ，若 $f(x)$ 的最大值為 M 且最小值為 m ，則 $M+m = \underline{\frac{\text{⑫ } \text{⑬}}{\text{⑭ } \text{⑮}}}$ 。

C. 設 $x^2 - (\tan \theta + \cot \theta)x + 1 = 0$ 有一根為 $3 + \sqrt{8}$ ，試求 $\sin \theta + \cos \theta = \underline{\frac{\text{⑯}}{\sqrt{\text{⑰}}}}$ 。(θ為第一象限角)

D. 設 $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta = 2 \sin 2015^\circ$ ，且 θ 為第四象限角；若 $\theta = A^\circ$ ，則 $A = \underline{\text{⑱ } \text{⑲ } \text{⑳}}$ 。

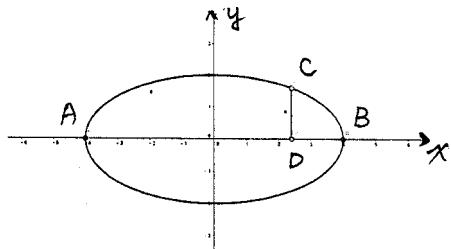
E. 校外教學活動來到令人期待的劍湖山世界，樂園中的地標為彩虹摩天輪(其高度約 30 樓層高，直徑 88 公尺，為全台最高的摩天輪，其逆時針方向運轉一圈需時 15 分鐘，可將嘉南平原的美景盡收眼底)，學生好美與同學們開心地一同搭乘，當摩天輪開始運轉時，好美她們恰在離地最近的位置上搭上覽箱(即離地的高度 2 公尺)， x 分鐘後，好美她們離地的高度可表為 $y = a \sin(bx - \frac{\pi}{2}) + c$ ， $a > 0$ 且 $b > 0$ 。運轉 5 分鐘後，好美她們離地的高度為 h 公尺，

則序對 $(a, b, c, h) = \left(\underline{\text{㉑ } \text{㉒}}, \underline{\frac{\text{㉓}}{\text{㉔ } \text{㉕}}} \pi, \underline{\text{㉖ } \text{㉗}}, \underline{\text{㉘ } \text{㉙}} \right)$ 。

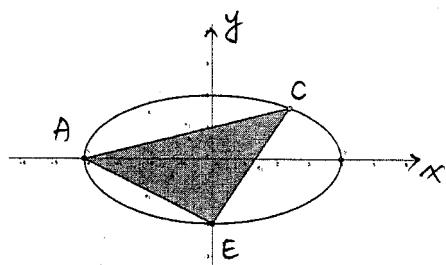


F. 若 $\frac{(\sin 50^\circ + i \cos 50^\circ)(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)}{\cos 20^\circ - i \sin 20^\circ} = a + bi$ 則數對 $(a, b) = (\underline{30}, \underline{31})$ 。

G. 如圖， C 為橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上一點，過 C 作長軸 \overline{AB} 的垂直線交 \overline{AB} 於 D ，求當 $\overline{CD} + \overline{AD}$ 有最大值時，此時 C 點座標為？ $(\frac{\underline{32}}{\sqrt{\underline{33}}}, \frac{\underline{34}}{\sqrt{\underline{35}}})$ 。



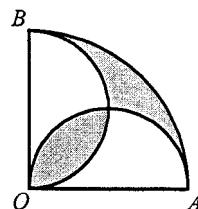
H. 同上題，求 $\triangle ACE$ 的最大面積？ $\underline{36} \sqrt{\underline{37}} + \underline{38}$ 。



I. 若 $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right)^{10} = a+bi$ ，則 $b = \underline{39} \underline{40}$ 。

J. 如圖，已知 $\overline{OA} = \overline{OB} = 2$ ，分別以 \overline{OA} 、 \overline{OB} 為直徑，在四分之一圓 OAB 內部各作半圓，

求鋪色部分之面積？ $\underline{41} \pi - \underline{42}$ 。



題號	題型	題分	標準答案	全體					169					高分組					46					低分組					46					全體答 對率		難易 指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未			
1	單選題	5	3	65	104	0	0	0	0	28	18	0	0	0	0	10	36	0	0	0	0	38.46%	0.413													
2	單選題	5	2	129	39	0	0	0	1	41	5	0	0	0	0	28	17	0	0	0	1	76.33%	0.750													
3	單選題	5	4	117	52	0	0	0	0	35	11	0	0	0	0	28	18	0	0	0	0	69.23%	0.685													
4	單選題	5	3	99	70	0	0	0	0	38	8	0	0	0	0	23	23	0	0	0	0	58.58%	0.663													
5	單選題	5	1	51	117	0	0	0	1	24	22	0	0	0	0	6	40	0	0	0	0	30.18%	0.326													
6	單選題	5	5	48	120	0	0	0	1	22	24	0	0	0	0	6	40	0	0	0	0	28.40%	0.304													
7	多重選五	5	235	59	86	112	37	151	0	16	23	39	7	44	0	18	19	28	14	37	0	14.79%	0.120													
8	多重選五	5	245	48	59	86	126	95	0	13	18	19	36	26	0	8	13	28	37	23	0	12.43%	0.141													
9	多重選五	5	24	51	133	49	89	93	0	7	42	6	25	12	0	19	29	20	23	37	0	15.98%	0.185													
10	多重選五	5	145	135	31	80	90	106	0	39	5	12	31	30	0	30	13	32	20	28	0	14.79%	0.163													
11	題組A	5	6	38	131	0	0	0	0	15	31	0	0	0	0	5	41	0	0	0	0	22.49%	0.217													
12	題組B	5	1516	25	144	0	0	0	0	18	28	0	0	0	0	1	45	0	0	0	0	14.79%	0.207													
16	題組C	5	23	84	85	0	0	0	0	29	17	0	0	0	0	14	32	0	0	0	0	49.70%	0.467													
18	題組D	5	295,-65	53	116	0	0	0	0	26	20	0	0	0	0	3	43	0	0	0	0	31.36%	0.315													
21	題組E	5	442154668	56	113	0	0	0	0	28	18	0	0	0	0	4	42	0	0	0	0	33.14%	0.348													
30	題組F	5	01	138	31	0	0	0	0	44	2	0	0	0	0	28	18	0	0	0	0	81.66%	0.783													
32	題組G	5	8525	34	135	0	0	0	0	19	27	0	0	0	0	0	46	0	0	0	0	20.12%	0.207													
36	題組H	5	424	54	115	0	0	0	0	24	22	0	0	0	0	4	42	0	0	0	0	31.95%	0.304													
39	題組I	5	16	109	60	0	0	0	0	37	9	0	0	0	0	15	31	0	0	0	0	64.50%	0.565													
41	題組J	5	12	91	78	0	0	0	0	25	21	0	0	0	0	21	25	0	0	0	0	53.85%	0.500													

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確、2(或B) 表示作答錯