

範圍: 第三章全 答題說明: 請將答案畫在答案卡內, 單選題 10 題, 選填題 15 題, 每題 4 分, 共 100 分

題目卷共三張

注意事項: 若卡內資料填寫有誤, 扣 5 分

壹 單選題, 每題 4 分, 答錯不倒扣 參考數字($\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$)

- 設 $0 < a < 1$, 關於函數 $f(x) = a^x$, 下列選項共有幾個是正確的? (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
 - $f(2) > 1$
 - $f(x)$ 的圖形在 x 軸的上方
 - 若 $f(x) = f(2)$, 則 $x = 2$
 - $f(x)$ 的圖形凹口向上
 - 若 $\alpha < \beta$, 則 $f\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) < \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2}$
- 下列五個數中, 何者為最小
 - $2^{\frac{1}{3}}$
 - $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$
 - $2^{\frac{1}{4}}$
 - $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$
 - $8^{\frac{1}{3}}$
- 下列五組函數中, 共有幾組兩函數的圖形互相對稱於 y 軸? (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
 - $y = 2^x$ 與 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
 - $y = \log_2 x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
 - $y = 2^x$ 與 $y = \log_2 x$
 - $y = 2^x$ 與 $y = -2^x$
 - $y = \log_2 x$ 與 $y = \log_2(-x)$
- 行政院希望在 20 年內讓國民平均所得超過現在的 2 倍。如果每年國民平均所得均增加 $a\%$, 那麼 a 的值最接近下列哪一個選項? (1) 3 (2) 3.5 (3) 4 (4) 4.5 (5) 5
- 目前國際上使用芮氏規模來表示地震的強度, 設 E (單位: 爾格) 為地震芮氏規模 M 時所釋放出來的能量, 其中 M 與 E 的關係如下: $\log_{10} E = 11.8 + 1.5M$ 。
當地震的芮氏規模增加 2 時, 其釋放的能量是原來的幾倍?
(1) 100 (2) 200 (3) 300 (4) 1000 (5) 10000
- 在 1960 年時專家以碳 14 檢測一件號稱是「耶穌裹屍布」的古物, 發現該布上碳 14 的含量占原來的 $\frac{14}{15}$ 。
若碳 14 的半衰期約為 5700 年, 則裹屍布為哪一世紀的古物?
(1) 14 (2) 15 (3) 16 (4) 17 (5) 18

7. 關於指數函數或對數函數圖形的敘述, 下列選項共有幾個是正確的? (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

(a) $y = 2010^x$ 的圖形恆在 $y = 99^x$ 的上方

(b) $y = \log_{99} x$ 與 $y = 99^x$ 兩函數的圖形對稱於直線 $y = x$

(c) $y = \log_{99} x$ 與 $y = \log_{\frac{1}{99}} x$ 兩函數的圖形對稱於 x 軸

(d) $y = \log_{2010}(x^2 - 10x + 33)$ 的圖形與 x 軸相交

(e) $\log_2 |x| = x^2 - 4$, 有 4 個實根

8. 審計工作者會使用班佛法則來查帳。班佛法則是：「銀行存款的最高位數字是 a 者的比例約為 $\log\left(1 + \frac{1}{a}\right)$ 」。

根據班佛法則，銀行存款的最高位數字是 4, 5, 6 或 7 者的比例約有

(1) 30% (2) 40% (3) 50% (4) 60% (5) 80%

9 求方程式 $2^x - x = 3$ 的實根個數? (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4

10. 設 $\frac{1}{100} \leq x \leq 10$ ，函數 $y = x^{1-\log x}$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，則 $a+b$ 最靠近的整數是

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 11

貳 選填題 每題 4 分, 答錯不倒扣 參考數字($\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$)

A. 求 $\log_3 81 = \underline{\quad} \textcircled{11} \underline{\quad}$

B 設 $x = \log_2 3$ ，求 $4^x + 2^{-x} = \underline{\quad} \frac{(13)(14)}{(12)} \underline{\quad}$

C 求 $\log_{10} \frac{4}{7} - \frac{4}{3} \log_{10} \sqrt{8} + \frac{2}{3} \log_{10} \sqrt{343} = \underline{\quad} \textcircled{15} \underline{\quad}$

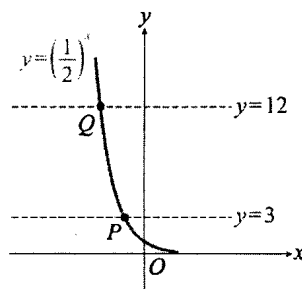
D 求 $(\log_2 5 + \log_8 25)(\log_5 8 + \log_{25} 8) = \underline{\quad} \frac{(17)(18)}{(16)} \underline{\quad}$

E 解方程式 $\log_3(3^x + 9) = \frac{x}{2} + \log_3 10$ ， x 的兩根分別是 m ， n ，求 $m+n = \underline{\quad} \textcircled{19} \underline{\quad}$

F 不等式 $\log_{\frac{1}{3}} \log_8(10-x) > 1$ 其解為 $a < x < b$ 求 $a+b = \underline{\quad} \textcircled{20} \textcircled{21} \underline{\quad}$

G 求滿足 $\left(\frac{3}{4}\right)^n < \frac{1}{100}$ 的最小自然數 $n = \underline{\quad} \textcircled{22} \textcircled{23} \underline{\quad}$

H. 右圖為 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形。設 P , Q 分別為線 $y=3$, $y=12$ 與 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的交點, 求 $\overline{PQ}$ 的長。= $\sqrt{(24)(25)}$



I 設 $f(x) = 4^x - 4 \cdot 2^x + 3$, $0 \leq x \leq 2$, $f(x)$ 的最小值 m 與最大值 M , 求 $m+M$ = ②⑥

J 利用對數表, 求 $\sqrt{123 \times 345}$ 最靠近的整數 = ②⑦②⑧②⑨. (已知 $\log 1.23 = 0.089$, $\log 3.45 = 0.5378$)

K 已知現有 10 株乳酸菌, 且每隔 2 小時乳酸菌的數量會增加為原來的 3 倍。若以這樣的速度增殖, 則經過 ③⑩③① 小時之後, 乳酸菌的數量會超過 10^{10} 株

L. 正欣在股票市場裡買進賣出頻繁。假設每星期結算都損失該星期初資金的 2%。經過一段時間, 正欣發現資金總損失已超過原始資金的一半, 請問正欣進出股票市場至少 ③②③③ 個星期了

M. 設 a, b, c 為正整數, 已知 $a \log_{520} 2 + b \log_{520} 5 + c \log_{520} 13 = 3$, 求 $a+b+c$ = ③④③⑤

N 求 $\log_8 (\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}) = \frac{(37)}{(36)}$

O 若將 $\left(\frac{5}{6}\right)^{100}$ 表示成小數, 第一個不是 0 的數字是 ③⑧

附表

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900

桃園市立平鎮高級中學 104學年第1學期 期末考一年級不限組別數學 I [20160115100050101051] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體			558			高分組			151			低分組			151			全體答對率	難易指數	鑑別指數		
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未					
1	單選題	4	4	282	276	0	0	0	0	104	47	0	0	0	0	37	114	0	0	0	0	50.54%	0.467	0.444		
2	單選題	4	5	293	265	0	0	0	0	108	43	0	0	0	0	52	99	0	0	0	0	52.51%	0.530	0.371		
3	單選題	4	2	377	180	0	0	0	1	125	26	0	0	0	0	69	81	0	0	0	1	67.56%	0.642	0.371		
4	單選題	4	2	295	261	0	0	0	2	110	41	0	0	0	0	55	96	0	0	0	0	52.87%	0.546	0.364		
5	單選題	4	4	400	158	0	0	0	0	129	22	0	0	0	0	78	73	0	0	0	0	71.68%	0.685	0.338		
6	單選題	4	1	243	313	0	0	0	2	102	49	0	0	0	0	42	108	0	0	0	1	43.55%	0.477	0.397		
7	單選題	4	3	251	305	0	0	0	2	83	67	0	0	0	1	55	95	0	0	0	1	44.98%	0.457	0.185		
8	單選題	4	1	305	247	0	0	0	6	107	42	0	0	0	2	49	99	0	0	0	3	54.66%	0.517	0.384		
9	單選題	4	3	350	203	0	0	0	5	115	36	0	0	0	0	64	85	0	0	0	2	62.72%	0.593	0.338		
10	單選題	4	3	70	458	0	0	0	30	19	128	0	0	0	4	14	127	0	0	0	10	12.54%	0.109	0.033		
11	題組A	4	4	537	21	0	0	0	0	145	6	0	0	0	0	140	11	0	0	0	0	96.24%	0.944	0.033		
12	題組B	4	328	307	251	0	0	0	0	118	33	0	0	0	0	27	124	0	0	0	0	55.02%	0.480	0.603		
15	題組C	4	0	271	287	0	0	0	0	108	43	0	0	0	0	22	129	0	0	0	0	48.57%	0.430	0.570		
16	題組D	4	215	370	188	0	0	0	0	120	31	0	0	0	0	55	96	0	0	0	0	66.31%	0.579	0.430		
19	題組E	4	4	255	303	0	0	0	0	104	47	0	0	0	0	24	127	0	0	0	0	45.70%	0.424	0.530		
20	題組F	4	17	84	474	0	0	0	0	52	99	0	0	0	0	6	145	0	0	0	0	15.05%	0.192	0.305		
22	題組G	4	17	275	283	0	0	0	0	93	58	0	0	0	0	27	124	0	0	0	0	49.28%	0.397	0.437		
24	題組H	4	85	254	304	0	0	0	0	101	50	0	0	0	0	20	131	0	0	0	0	45.52%	0.401	0.536		
26	題組I	4	2	291	267	0	0	0	0	115	36	0	0	0	0	28	123	0	0	0	0	52.15%	0.474	0.576		
27	題組J	4	206	139	419	0	0	0	0	65	86	0	0	0	0	14	137	0	0	0	0	24.91%	0.262	0.338		
30	題組K	4	38	199	359	0	0	0	0	91	60	0	0	0	0	16	135	0	0	0	0	35.66%	0.354	0.497		
32	題組L	4	35	77	481	0	0	0	0	46	105	0	0	0	0	2	149	0	0	0	0	13.80%	0.159	0.291		
34	題組M	4	15	311	247	0	0	0	0	111	40	0	0	0	0	34	117	0	0	0	0	55.73%	0.480	0.510		
36	題組N	4	61	54	504	0	0	0	0	38	113	0	0	0	0	1	150	0	0	0	0	9.68%	0.129	0.245		
38	題組O	4	1	143	415	0	0	0	0	64	87	0	0	0	0	11	140	0	0	0	0	25.63%	0.248	0.351		
										選擇題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤