

適用班級：301~314

考試範圍：學測範圍

注意事項：答案請劃記於答案卡，未劃記班級、座號者扣 5 分

試卷張數：共計二張三面

命題教師：劉得琪、鄭憲松

_____班 _____號 姓名：_____

一、單選題：(每題 5 分)

1. 設 $(a_{n+1})^3 = \sqrt{10}(a_n)^3$ ， n 為正整數，且知 a_n 皆為正。令 $b_n = \log a_n$ ，則數列 $b_1, b_2, b_3, \dots$ 為

- (1) 公差為正的等差數列 (2) 公差為負的等差數列 (3) 公比為正的等比數列
(4) 公比為負的等比數列 (5) 既非等差亦非等比數列

2. 請問下面哪一個選項是正確的？

- (1) $4^5 < 5^4$ (2) $2^{100} < 10^{30}$ (3) $2^{100} < 50!$ (4) $\log_2 3 < 1.5$ (5) $\log_2 14 < 3.5$

3. 已知以下各選項資料的迴歸直線(最適合直線)皆相同且皆為負相關，請選出相關係數最大的選項。

- (1) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 1 & 13 & 1 \end{array}$ (2) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 3 & 10 & 2 \end{array}$ (3) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 5 & 7 & 3 \end{array}$
(4) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 9 & 1 & 5 \end{array}$ (5) $\frac{x}{y} \begin{array}{c|c|c|c} 2 & 3 & 5 \\ \hline 7 & 4 & 4 \end{array}$

4. 設 $(1+2i)^8 = a+bi$ ，其中 a, b 為整數， $i = \sqrt{-1}$ 。請問 b 等於下列哪一個選項？

- (1) $C_0^8 + 2^2 C_2^8 + 2^4 C_4^8 + 2^6 C_6^8 + 2^8 C_8^8$
(2) $2C_1^8 + 2^3 C_3^8 + 2^5 C_5^8 + 2^7 C_7^8$
(3) $C_0^8 + 2C_1^8 + 2^2 C_2^8 + 2^3 C_3^8 + 2^4 C_4^8 + 2^5 C_5^8 + 2^6 C_6^8 + 2^7 C_7^8 + 2^8 C_8^8$
(4) $2C_1^8 - 2^3 C_3^8 + 2^5 C_5^8 - 2^7 C_7^8$
(5) $2^8 C_0^8 - 2^6 C_2^8 + 2^4 C_4^8 - 2^2 C_6^8 + C_8^8$

5. 令 $A(0,5,12)$ 、 $B(7,12,12)$ 為坐標空間中之兩點，且令 P 為 xz 平面上滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = 13$ 的點。請問下列哪一個選項中的點可能為 P ？

- (1) $(5,0,0)$ (2) $(5,5,0)$ (3) $(0,0,24)$ (4) $(0,0,0)$ (5) $(12,0,12)$

6. 若正實數 x, y 滿足 $\log_{10} x = 1.8$ ， $\log_{10} y = 5.4$ ，則 $\log_{10}(x^3 + y)$ 最接近的整數？

($\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ 、 $\log_{10} 7 = 0.8451$)

- (1) 12 (2) 10 (3) 8 (4) 6 (5) 4

二、多選題：(每題5分)

7. 設 $a_1 = -0.1$ 且 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 為等差數列。請選出正確的選項。

- (1) 若 $a_{50} > 0$ ，則 $a_{100} > 0$ (2) 若 $a_{50} < 0$ ，則 $a_{100} < 0$ (3) 若 $a_{100} > 0$ ，則 $a_{50} > 0$
(4) 若 $a_{100} < 0$ ，則 $a_{50} < 0$ (5) $a_{100} - a_{10} = 10(a_{10} - a_1)$

8. 設 $f(x)$ 是首項係數為 1 的實係數二次多項式。請選出正確的選項。

- (1) 若 $f(3) = 0$ ，則 $x-3$ 可整除 $f(x)$
(2) 若 $f(-3) = 0$ ，則 $f(x)$ 為有理係數多項式
(3) 若 $f(\sqrt{5}) = 0$ ，則 $f(-\sqrt{5}) = 0$
(4) 若 $f(2i+1) = 0$ ，則 $f(2i-1) = 0$
(5) 若 $f(2i+1) = 0$ ，則 $f(x)$ 為整係數多項式

9. 一物體由坐標平面中的點 $(3, 6)$ 出發，沿著向量 $\vec{v}$ 所指的方向持續前進，可以進入第二象限。請選出正確的選項。

- (1) $\vec{v} = (-1, -2)$ (2) $\vec{v} = (-1, -1)$ (3) $\vec{v} = (0.001, 0)$ (4) $\vec{v} = (0.001, 1)$ (5) $\vec{v} = (-0.001, 1)$

10. 設 n 為正整數，符號 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^n$ 代表矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 自乘 n 次。令 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。

- (1) $a_2 = 1$ (2) a_1, a_2, a_3 為等比數列 (3) d_1, d_2, d_3 為等比數列 (4) b_1, b_2, b_3 為等差數列
(5) c_1, c_2, c_3 為等差數列

11. 若實數 a, b, c, d 使得聯立方程組 $\begin{cases} ax+8y=c \\ x+4y=3 \end{cases}$ 無解，且聯立方程組 $\begin{cases} 3x+by=d \\ x-4y=3 \end{cases}$ 有解，則下列哪些選項一定正確？

- (1) $a=2$ (2) $c \neq 6$ (3) 若 $b=-12$ 則 $d=9$ (4) 若 $b \neq -12$ 則 $d \neq 9$ (5) 聯立方程組 $\begin{cases} ax+8y=c \\ -3x+by=d \end{cases}$ 無解

12. 坐標平面上考慮兩點 $Q_1(1, 0), Q_2(-1, 0)$ 。在下列各方程式的圖形中，請選出其上至少有一點 P 滿足內積 $\vec{PQ_1} \cdot \vec{PQ_2} < 0$ 的選項。

- (1) $y = \frac{3}{2}$ (2) $y = x^2 + \frac{1}{2}$ (3) $x^2 - 2y^2 = 1$ (4) $x^2 + 4y^2 = 1$ (5) $\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{3} = 1$

三、選填題：(每題5分)

A. 設 k 為一整數。已知 $\frac{k}{5} < \sqrt{31} < \frac{k+1}{5}$ ，則 $k = \underline{\textcircled{13} \textcircled{14}}$

B. 小威預定在陽台上種植玫瑰、百合、菊花、向日葵和波斯菊等五種盆栽。如果陽台上的空間最多能種 8 盆，可以不必擺滿，並且每種花至少一盆，則小燦買盆栽的方法共有 ⑮⑯ 種

C. 箱中有編號分別為 0, 1, 2, ..., 9 的十顆球。隨機抽取一球，將球放回後，再隨機抽取一球。請問這兩球編號相減的絕對值為 1 時的機率為 $\frac{⑰}{⑱⑲}$

D. 設 $\vec{u}, \vec{v}$ 為兩個長度皆為 1 的向量。若 $\vec{u} + \vec{v}$ 與 $\vec{u}$ 的夾角為 30° ，則 $\vec{u}$ 與 $\vec{v}$ 的內積為 $\frac{⑳}{㉑}$

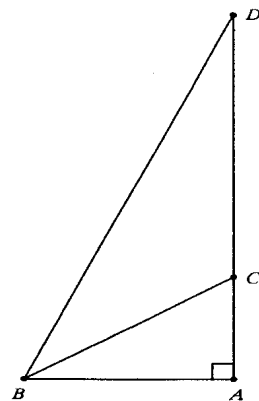
(化為最簡分數)

E. 已知 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 是一個轉移矩陣，並且其行列式(值)為 $\frac{5}{8}$ 。則 $b+c = \frac{㉒}{㉓}$ 。(化為最簡分數)

F. 坐標平面上，一圓與直線 $x-y=1$ 以及直線 $x-y=5$ 所截的弦長皆為 10。則此圓的面積為 ②④②⑤ π 。

G. 設 m, n 為正實數，橢圓 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$ 的焦點分別為 $F_1(3, 0)$ 與 $F_2(-3, 0)$ 。若此橢圓上有一點 P 使得 $\triangle PF_1F_2$ 為一正三角形，則 $m+n = \underline{②⑥②⑦}$ 。

H. 如右圖，直角三角形 ABD 中， $\angle A$ 為直角， C 為 $\overline{AD}$ 邊上的點。已知 $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{AB} = 3$ ， $\angle ABD = 2\angle ABC$ ，則 $\overline{BD} = \underline{②⑧②⑨}$



桃園市立平鎮高級中學 104學年第1學期 期末考三年級不限組別數學甲 I [20160104300050101055] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					170					高分組					46					低分組					46					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	1	78	92	0	0	0	0	31	15	0	0	0	0	6	40	0	0	0	0	45.88%	0.402	0.543												
2	單選題	5	3	123	47	0	0	0	0	40	6	0	0	0	0	24	22	0	0	0	0	72.35%	0.696	0.348												
3	單選題	5	1	48	122	0	0	0	0	16	30	0	0	0	0	7	39	0	0	0	0	28.24%	0.250	0.196												
4	單選題	5	4	124	46	0	0	0	0	42	4	0	0	0	0	21	25	0	0	0	0	72.94%	0.685	0.457												
5	單選題	5	5	163	7	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0	42	4	0	0	0	0	95.88%	0.957	0.087												
6	單選題	5	4	112	56	0	0	0	2	42	4	0	0	0	0	13	32	0	0	0	1	65.88%	0.598	0.630												
7	多重選五	5	145	159	25	19	142	151	0	45	3	1	43	42	0	43	10	9	38	38	0	69.41%	0.717	0.304												
8	多重選五	5	15	166	101	26	91	92	0	45	18	4	22	27	0	44	30	9	29	19	0	11.76%	0.130	0.217												
9	多重選五	5	25	11	163	20	23	150	0	0	46	3	5	45	0	7	43	9	7	40	0	64.12%	0.674	0.304												
10	多重選五	5	1234	159	140	156	122	20	0	45	40	45	36	2	0	40	32	37	30	11	0	57.65%	0.554	0.326												
11	多重選五	5	123	149	140	130	56	35	0	45	41	38	7	7	0	36	34	25	25	13	0	39.41%	0.380	0.413												
12	多重選五	5	24	41	130	72	132	74	3	2	41	13	39	13	0	19	29	25	31	27	2	24.12%	0.272	0.413												
13	題組A	5	27	145	25	0	0	0	0	43	3	0	0	0	0	34	12	0	0	0	0	85.29%	0.837	0.196												
15	題組B	5	56	64	106	0	0	0	0	32	14	0	0	0	0	5	41	0	0	0	0	37.65%	0.402	0.587												
17	題組C	5	950	135	35	0	0	0	0	42	4	0	0	0	0	28	18	0	0	0	0	79.41%	0.761	0.304												
20	題組D	5	12	143	27	0	0	0	0	45	1	0	0	0	0	32	14	0	0	0	0	84.12%	0.837	0.283												
22	題組E	5	38	112	58	0	0	0	0	41	5	0	0	0	0	14	32	0	0	0	0	65.88%	0.598	0.587												
24	題組F	5	27	77	93	0	0	0	0	32	14	0	0	0	0	9	37	0	0	0	0	45.29%	0.446	0.500												
26	題組G	5	63	122	48	0	0	0	0	43	3	0	0	0	0	22	24	0	0	0	0	71.76%	0.707	0.457												
28	題組H	5	24	113	57	0	0	0	0	42	4	0	0	0	0	18	28	0	0	0	0	66.47%	0.652	0.522												
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																				