

桃園市立平鎮高中 104 學年度第二學期 高二 數學科 第二次期中考試卷

適用班級：201~214

考試範圍：第一章~2-1

科目代碼： 命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班 號 姓名：

一、單選題：

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. (①) 平面 E_2 通過點 $A(3, 2, 1)$ 且和平面 $E_1: x - 2y + 3z = -4$ 平行，下列何點亦通過平面 E_2 ?

(1) (7, 2, -1) (2) (1, 1, 2) (3) (-3, 4, -3) (4) (1, 4, 3) (5) (4, 1, -2)

2. (②) 設 $A(3, -1, 5), B(3, 4, 1), C(-3, 8, -4)$ ， D 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{CD}:\overline{AD}=2:1$ ，則 $\overline{BD}=?$

(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7

二、多重選擇題：

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. (③) 已知空間中三點 $P(1, -1, 2), Q(-3, -3, -2), R(-3, 0, 1)$ ，下列敘述何者正確？

(1) 向量 $\overrightarrow{PR}$ 在 $\overrightarrow{PQ}$ 上的正射影為 $(-2, -1, 2)$ (2) 點 R 到直線 PQ 的最短距離為 3 (3) 通過 P, Q, R 三點的平面方程式為 $x + 2y - 2z = -5$ (4) 點 R 在直線 PQ 的投影點為 $(-1, -2, 0)$ (5) ΔPQR 面積為 18 平方單位

4. (④) 下列敘述何者正確？

(1) 空間中，平行於同一直線的兩相異直線必互相平行
(2) 空間中，過已知平面外一點，「恰有」一直線與此平面平行
(3) A, B, C 為空間中不共線三點，所有滿足 $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$ 的 P 點所形成的圖形為一平面
(4) 空間中，兩條平行直線必在同一平面上
(5) 若直線 AB 與直線 CD 歪斜，則直線 AC 與直線 BD 亦歪斜

5. (③) 下列有關平面 $E: 3x - 2y + z = 3$ 的敘述，哪些是正確的？

(1) 向量 $(6, -4, 2)$ 是平面 E 的一個法向量 (2) 平面 $3x + 4y - z = 5$ 與平面 E 垂直
(3) 點 $P(5, 0, 2)$ 到平面 E 的距離為 $\sqrt{14}$ (4) 平面 $5x + 4y - 3z = 103$ 與平面 E 交於一線
(5) 點 $P(5, 0, 2)$ 在平面 E 的投影點坐標 $(2, 2, 1)$

三、選填題：

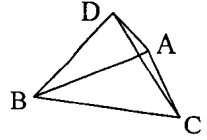
說明：第 A 至 N 題，每格完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知空間中三點 $A(1, 2, 1), B(2, 3, 1), C(1, -1, -1)$ ，則 $|\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}|$ 的值為 $\sqrt{67}$

B. 若 $\overrightarrow{u} = (2, 1, a), \overrightarrow{v} = (b, 2, 4)$ ，且 $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v} = (2, c, 1)$ ，則序對 $(a, b, c) = (8, 9, 10, 11)$

C. 設空間中有三點 $A(1, 2, -3), B(3, -1, 2), C(a, b, c)$ ，若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 25$ ，則 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12, 13$

- D. 設 $\overline{OA}$ 垂直平面 E 於 A 點，直線 L 在 E 上， $\overline{AB} \perp L$ 於 B 點， C 為 L 上一點，且 $B \neq C$ ，若 $\overline{OA} = 12$, $\overline{AB} = 9$, $\angle BOC = 30^\circ$ ，求 $\overline{BC}$ 的長度為 $\textcircled{14}\sqrt{\textcircled{15}}$



- E. 右圖是一個四面體 $D-ABC$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 6$ ， $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC} = 4$ ，
底面 ABC 與側面 BCD 所夾之二面角 θ 的餘弦值 $\frac{\sqrt{\textcircled{19}\textcircled{17}}}{\textcircled{18}}$

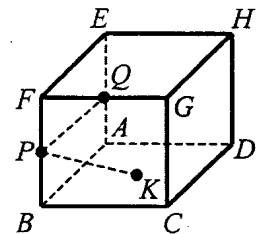
- F. 當一平面通過已知線段的中點且與此線段垂直時，稱此平面為該線段的垂直平分面。已知 $A(2,1,3)$ 與 $B(4,3,-5)$ 為空間中兩點，求 $\overline{AB}$ 之垂直平分面的方程式 $x+by+cz=d$ ，求序對 $(b,c,d) = (\textcircled{19}, \textcircled{20}\textcircled{21}, \textcircled{22})$

- G. 已知 x, y, z 為三實數，若 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ，則 $2x - 3y + 6z - 10$ 之最大值為 $\textcircled{23}\textcircled{24}$

- H. 空間中， $\vec{a} = (0,0,-6)$, $\vec{b} = (-2,2,-1)$ ，已知 $\vec{c} = \vec{a} + t\vec{b}$ ，試求：
(1) $|\vec{c}|$ 有最小值時， $t = \textcircled{27}$

- (2) 當 t 為某正數時，若 $\vec{c}$ 平分 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 的夾角，則 $\vec{c} = (\textcircled{28}\textcircled{29}, \textcircled{30}, \textcircled{31}\textcircled{32})$

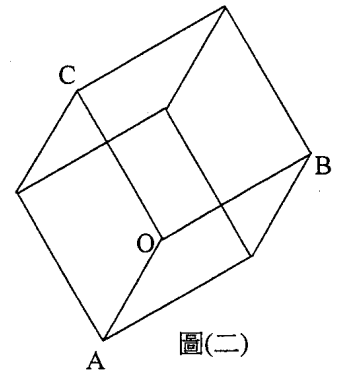
- I. 右圖(一)是一個邊長為 6 的正立方體， P, Q 分別為 $\overline{FB}, \overline{FG}$ 的中點， K 為正方形 $ABCD$ 的中心，求 $\Delta P Q K$ 的面積為 $\frac{\textcircled{33}\sqrt{\textcircled{34}}}{\textcircled{35}}$



圖(一)

- J. 已知平面 E 通過點 $(2,1,-1)$ 且與二平面 $E_1: 2x+y-z=3$, $E_2: x+2y+3z=0$ 均垂直，求 E 的方程式為 $ax+by+3z=d$ ，求序對 $(a,b,d) = (\textcircled{36}, \textcircled{37}\textcircled{38}, \textcircled{39})$ 。

- K. 空間坐標系中，設 xy 平面為一鏡面，有一光線通過 $P(2,1,1)$ 射向 xy 鏡面上的 $Q(3,2,0)$ ，經鏡面反射後通過 R 。若 $\overline{QR} = 2\overline{PQ}$ ，則 R 點坐標為 $(\textcircled{40}, \textcircled{41}, \textcircled{42})$



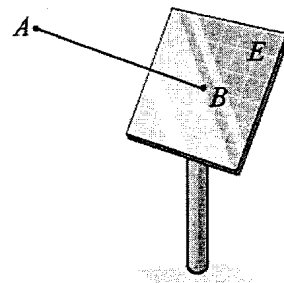
圖(二)

- L. 如圖(二)中， $O(0,0,0)$, $A(1,2,2)$, $B(2,-2,1)$, $C(x,y,z)$ 是正立方體的四個頂點，且 $z < 0$ ，求 C 點坐標為 $(\textcircled{43}, \textcircled{44}, \textcircled{45}\textcircled{46})$ 。

- M. 如圖(三)為了提高接收的效率，太陽能板在接收太陽光時，板面一直保持和太陽光垂直。現在設定空間坐標，將地面設為 xy 平面，發

現經過點 $A(4\sqrt{2}, 5, 5)$ 的太陽光射到太陽能板 E 上的點 $B(\sqrt{2}, 2, 2)$ ，

求平面 E 與地面之銳夾角的餘弦值 $\frac{\textcircled{47}}{\textcircled{48}}$



圖(三)

- N. $A(3,1,0)$, $B(-2,4,1)$, $E: x+2y-3z+5=0$ ，若直線 AB 交平面 E 於 P 點，求 $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = \frac{\textcircled{49}}{\textcircled{50}}$

桃園市立平鎮高級中學 104學年第2學期 月考一二年級不限組別數學IV[20160325200010101054] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					550					高分組					149					低分組					149					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	4	420	130	0	0	0	0	123	26	0	0	0	0	71	78	0	0	0	0	76.36%	0.651	0.349												
2	單選題	5	1	458	92	0	0	0	0	130	19	0	0	0	0	96	53	0	0	0	0	83.27%	0.758	0.228												
3	多重選五	5	234	112	386	424	370	132	3	24	127	126	110	19	0	55	89	106	81	55	2	30.36%	0.312	0.396												
4	多重選五	5	145	470	125	228	350	376	0	134	24	38	110	108	0	116	57	95	72	83	0	28.55%	0.265	0.342												
5	多重選五	5	12345	487	439	396	351	287	1	132	135	122	121	104	0	116	98	82	65	64	1	26.00%	0.279	0.423												
6	題組A	5	42	448	102	0	0	0	0	121	28	0	0	0	0	101	48	0	0	0	0	81.45%	0.745	0.134												
8	題組B	5	13-5	439	111	0	0	0	0	121	28	0	0	0	0	89	60	0	0	0	0	79.82%	0.705	0.215												
12	題組C	5	13	315	235	0	0	0	0	105	44	0	0	0	0	39	110	0	0	0	0	57.27%	0.483	0.443												
14	題組D	5	53	343	207	0	0	0	0	115	34	0	0	0	0	40	109	0	0	0	0	62.36%	0.520	0.503												
16	題組E	5	217	338	212	0	0	0	0	117	32	0	0	0	0	34	115	0	0	0	0	61.45%	0.507	0.557												
19	題組F	5	1-49	310	240	0	0	0	0	112	37	0	0	0	0	23	126	0	0	0	0	56.36%	0.453	0.597												
23	題組G	5	11	298	252	0	0	0	0	110	39	0	0	0	0	24	125	0	0	0	0	54.18%	0.450	0.577												
25	題組H	5	-23	278	272	0	0	0	0	97	52	0	0	0	0	19	130	0	0	0	0	50.55%	0.389	0.523												
28	題組I	5	-44-8	200	350	0	0	0	0	97	52	0	0	0	0	3	146	0	0	0	0	36.36%	0.336	0.631												
33	題組J	5	962	189	361	0	0	0	0	89	60	0	0	0	0	10	139	0	0	0	0	34.36%	0.332	0.530												
36	題組K	5	5-70	328	222	0	0	0	0	107	42	0	0	0	0	38	111	0	0	0	0	59.64%	0.487	0.463												
40	題組L	5	542	185	365	0	0	0	0	85	64	0	0	0	0	12	137	0	0	0	0	33.64%	0.326	0.490												
43	題組M	5	21-2	269	281	0	0	0	0	99	50	0	0	0	0	32	117	0	0	0	0	48.91%	0.440	0.450												
47	題組N	5	12	312	238	0	0	0	0	106	43	0	0	0	0	40	109	0	0	0	0	56.73%	0.490	0.443												
49	題組O	5	54	213	337	0	0	0	0	98	51	0	0	0	0	6	143	0	0	0	0	38.73%	0.349	0.617												
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																				