

答題說明：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液，答錯不倒扣。

並請各位同學在答案卡適當位置選出數值或符號填入答案卡中。

注意事項：

試卷張數：共計 4 頁 填答方式：答案卡 _____ 班 _____ 號 姓名：_____

一、單選題（占 10 分）

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- () 1. 學校召開班級代表大會（全校各班都超過 10 人），規定各班每 10 人推選一名代表，當各班人數除以 10 的餘數大於或等於 5 時，須再增選一名代表。若班級人數 x （人）與該班推選代表人數 $f(x)$ （人），可用函數 $f(x) = \left\lceil \frac{x+k}{10} \right\rceil$ 來描述，其中符號 $\lceil \cdot \rceil$ 為高斯符號。則 $k = ?$
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5.

- () 2. 下列哪一個函數的值域與函數 $f(x) = x$ 的值域相同？

(1) $f_1(x) = \sqrt{x^2}$ (2) $f_2(x) = \frac{x^2}{x}$ (3) $f_3(x) = \frac{x+|x|}{2}$ (4) $f_4(x) = \log_2 2^x$ (5) $f_5(x) = 2^{\log_2 x}$.

二、多選題（占 30 分）

說明：第 3 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- () 3. 關於函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{若 } x \geq 1 \\ x + 3, & \text{若 } x < 1 \end{cases}$ ，選出正確的選項：

(1) $f(x)$ 是連續函數 (2) $f(0) = 3$ (3) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ (4) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ (5) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$.

- () 4. 選出極限存在的選項：

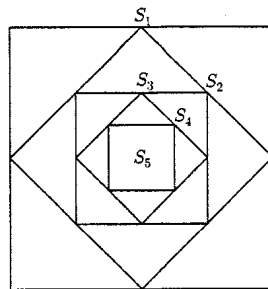
(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3}$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - 1}{n + 2} - \frac{n^2 + 1}{n - 1} \right)$ (4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{(x - 3)^2}$ (5) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{|x| - 3}$.

- () 5. 已知函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$ ，選出正確的選項：

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x)}{x-1} + \frac{x+1}{x} \right) = 5$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2(x-1)} = \frac{5}{2}$ (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 5$ (4) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ (5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot f(x)}{x-1} = 5$

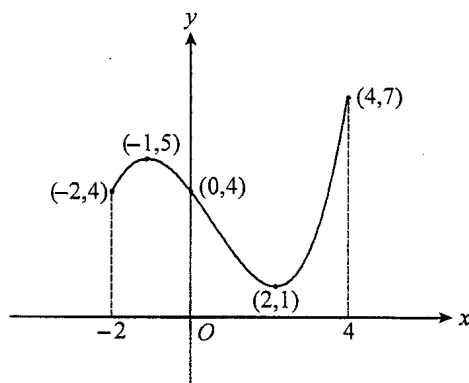
- () 6. 已知一正方形 S_1 的邊長為 4，以其各邊中點為頂點連成的四邊形 S_2 也是正方形，如此繼續下去，得到一序列的正方形 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ ，如下圖所示。設 a_n, b_n 分別為正方形 S_n 的周長及面積，選出正確的選項：

- (1) $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，公比為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\langle b_n \rangle$ 是等比數列，公比為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ (4) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots = 32$
 (5) $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + \dots = 32$.



- () 7. 設函數 $f(x)$ 的定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$ ，且其圖形如下，選出正確的選項：

- (1) $f(3) = 4$ (2) $f(x)$ 的函數值恆正 (3) $f(x)$ 的值域為 $\{y \in \mathbb{R} \mid 4 \leq y \leq 7\}$ (4) 方程式 $f(x) = 8$ 沒有實根
 (5) 方程式 $f(x) = 5$ 有二個相異實根 .



- () 8. 已知 $f(x) = \frac{4}{3}x + 1$, $f_2(x) = f(f(x))$ ，且對正整數 $n \geq 2$, $f_{n+1}(x) = f(f_n(x))$. 選出正確的選項：

- (1) $f_2(x)$ 是一個二次多項式 (2) $f_3(x)$ 的常數項是 $\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 1$ (3) $f_4(x)$ 的最高次項係數是 $\left(\frac{4}{3}\right)^4$
 (4) $f_4(1) = \left(\frac{4}{3}\right)^4 + \left(\frac{4}{3}\right)^3 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 1$ (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(1) = -3$.

三、選填題（占 60 分）

說明：1. 第 A 至 L 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（9-37）。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

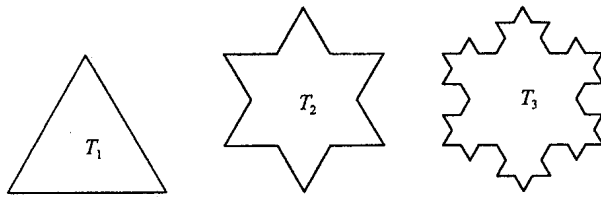
4. 甲、乙兩人輪流同時投擲兩粒公正的骰子，約定如下：若擲出兩粒骰子的點數不同，則改由另一人投擲，直到擲出兩粒骰子點數

相同時，即停止投擲。今由甲先投擲，求乙先擲出相同點數的機率 = $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}}$. (化為最簡分數)

B. 設 a, b 為實數，且極限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + a}{x + 2} = b$ ，求數對 $(a, b) =$ (⑪⑫ , ⑬⑭) .

C. 已知首項為 3 的無窮等比級數的和為 6，則當 n 的最小值 = ⑮⑯ 時，會使得其前 n 項的和 S_n 滿足 $|6 - S_n| < \frac{1}{1000}$.
($\log 2 \approx 0.3010$)

D. 設 $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ 為一序列多邊形，其作法如下： T_1 為邊長等於 3 之正三角形；以 T_n 每一邊中間三分之一的線段為一邊向外作正三角形，然後將該三分之一線段抹去，所得的多邊形為 T_{n+1} ， $n = 1, 2, 3, \dots$ (如下圖所示)，其形態似雪花，稱為科赫雪花 (Koch snowflake)。令 a_n 表 T_n 的周長，則 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} + \dots = \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$. (化為最簡分數)



E. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & \text{若 } x \geq 2 \\ ax - 1, & \text{若 } x < 2 \end{cases}$ ，若函數 $f(x)$ 在 $x = 2$ 處連續，則實數 a 的值 = ⑰ .

F. 求無窮級數 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{n \times (n+2)} + \dots$ 的和 = $\frac{\textcircled{20}}{\textcircled{21}}$. (化為最簡分數)

G. 在坐標平面上, x 與 y 坐標都是整數的點, 稱為格子點. 設 a_n 為落在以原點為圓心, 正整數 n 為半徑的圓內或圓上的格子點數目,

已知數列 $\langle a_n \rangle$ 會滿足不等式 $\pi(n^2 - 3n) \leq a_n \leq \pi(n^2 + 3n)$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12a_n}{(3n^2 - 2n + 1)\pi} = \underline{(22)}$.

H. 已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3 - 3x - x^2| + a}{x - 1} = b$, 則數對 $(a, b) = \underline{(23)(24), (25)}$.

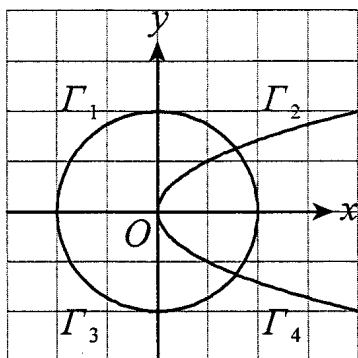
I. 已知下面四個函數會對應到右邊四個圖形, 請將四個函數的代號填入空格內:

(1) $y = \sqrt{4 - x^2}$ $\Gamma_1 : \underline{(26)}$

(2) $y = -\sqrt{4 - x^2}$ $\Gamma_2 : \underline{(27)}$

(3) $y = \sqrt{x}$ $\Gamma_3 : \underline{(28)}$

(4) $y = -\sqrt{x}$ $\Gamma_4 : \underline{(29)}$



J. 一皮球自離地面 20 公尺高處落下, 每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{1}{3}$, 求此球自落下來到靜止時所經過的距離 = (30)(31) 公尺.

K. 設 $f(x)$ 為三次多項式函數, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 2$, 則 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \underline{(32)(33)}$.

L. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 為收斂數列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2}{5a_n + 1} = 3$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\frac{(34)(35)}{(36)(37)}}$.

桃園市立平鎮高級中學 104學年第2學期 月考一三年級不限組別數學甲Ⅱ [20160325300010101056] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					170					高分組					46					低分組					46					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	5	145	25	0	0	0	0	44	2	0	0	0	0	32	14	0	0	0	0	85.29%	0.826	0.261												
2	單選題	5	4	137	33	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0	32	14	0	0	0	0	80.59%	0.848	0.304												
3	多重選五	5	23	16	170	166	2	28	0	0	46	46	0	1	0	8	46	44	1	14	0	78.24%	0.783	0.391												
4	多重選五	5	1235	109	163	146	6	136	0	33	45	44	0	44	0	26	43	34	5	27	0	42.35%	0.435	0.478												
5	多重選五	5	245	9	168	2	156	156	0	1	46	0	45	44	0	2	44	1	36	39	0	79.41%	0.783	0.304												
6	多重選五	5	135	164	2	139	2	162	1	46	0	46	0	46	0	42	2	28	1	41	1	77.06%	0.750	0.500												
7	多重選五	5	245	13	164	6	149	157	1	1	46	0	46	46	0	8	43	4	32	40	1	74.71%	0.728	0.500												
8	多重選五	5	234	10	149	165	161	23	1	0	43	46	45	2	0	5	39	42	41	11	1	70.00%	0.728	0.283												
9	題組A	5	.	0	170	0	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0	46	0	0	0	0	100.00%	1.000	0.000												
11	題組B	5	-2-3	163	7	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0	43	3	0	0	0	0	95.88%	0.967	0.065												
15	題組C	5	13	104	66	0	0	0	0	40	6	0	0	0	0	11	35	0	0	0	0	61.18%	0.554	0.630												
17	題組D	5	49	107	63	0	0	0	0	36	10	0	0	0	0	21	25	0	0	0	0	62.94%	0.620	0.326												
19	題組E	5	5	162	8	0	0	0	0	45	1	0	0	0	0	41	5	0	0	0	0	95.29%	0.935	0.087												
20	題組F	5	34	89	81	0	0	0	0	40	6	0	0	0	0	10	36	0	0	0	0	52.35%	0.543	0.652												
22	題組G	5	4	136	34	0	0	0	0	44	2	0	0	0	0	30	16	0	0	0	0	80.00%	0.804	0.304												
23	題組H	5	-15	149	21	0	0	0	0	43	3	0	0	0	0	34	12	0	0	0	0	87.65%	0.837	0.196												
26	題組I	5	1324	157	13	0	0	0	0	45	1	0	0	0	0	43	3	0	0	0	0	92.35%	0.957	0.043												
30	題組J	5	40	123	47	0	0	0	0	42	4	0	0	0	0	22	24	0	0	0	0	72.35%	0.696	0.435												
32	題組K	5	-8	152	18	0	0	0	0	46	0	0	0	0	0	31	15	0	0	0	0	89.41%	0.837	0.326												
34	題組L	5	-512	143	27	0	0	0	0	45	1	0	0	0	0	27	19	0	0	0	0	84.12%	0.783	0.391												
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																				