

桃園市平鎮高中 104 學年度 第二學期 第二次期中考 高三社會組數學科試卷

適用班級：301~307、309、3/4 考試範圍：選修乙下冊第一章

命題教師：游正祥老師

試卷張數：共計 2 張 第 1 頁

\_\_\_\_\_ 班 \_\_\_\_\_ 號 姓名：\_\_\_\_\_

一、單選題 (7 題 每題 5 分 共 35 分)

1. 將  $3.\overline{425}$  化為分數，其值為 (1)  $\frac{391}{990}$  (2)  $\frac{3391}{990}$  (3)  $\frac{3425}{990}$  (4)  $\frac{331}{990}$  (5)  $3\frac{421}{1000}$

2. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n} =$  (1) 0 (2)  $\frac{1}{2}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{5}{6}$  (5)  $\frac{3}{2}$

3. 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n} =$  (1) 0 (2)  $\frac{1}{2}$  (3)  $\frac{1}{3}$  (4)  $\frac{5}{6}$  (5)  $\frac{3}{2}$

4. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn - 1}{3n - 5} = 2$ ，其中  $a, b$  為實數，則  $a - b =$  (1) 2 (2) 6 (3) -2 (4) -6 (5) 0

5. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 2}{2n - 3} - \frac{n^2 + 6}{2n + 1} \right) =$  (1)  $\frac{1}{4}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3) 1 (4) 2 (5) 0

6. 已知當  $a > 0$  時， $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n} = a$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4^n + 5^n + 6^n} =$  (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 15 (5) 120

7. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2 \times (0.7)^n}{3 + (0.7)^n} + \frac{2 + 3 \times (1.2)^n}{3 + (1.2)^n} \right) =$  (1) 2 (2) 3 (3) 5 (4)  $\frac{2}{3}$  (5) 1

二、多選題 (4 題 每題 5 分 共 20 分)

8. 下列無窮數列，哪些是收斂數列？

(1)  $\left\langle \frac{5}{3^n + 1} \right\rangle$  (2)  $\langle 1.01^n - 1 \rangle$  (3)  $\langle 1 - 0.9^n \rangle$  (4)  $\left\langle \frac{(-1)^n + 1^n}{2} \right\rangle$  (5)  $\langle (3 - \pi)^n \rangle$

9. 下列各無窮等比級數，哪些收斂？

(1)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{8}{27} + \cdots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \cdots$

(2)  $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{8}{45} + \cdots + \frac{2}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \cdots$

(3)  $1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \cdots + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + \cdots$

(4)  $6 + 6 + 6 + \cdots + 6 + \cdots$

(5)  $-2 + 2 - 2 + \cdots + (-1)^n \cdot 2 + \cdots$

10. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{an^3 + 9n^2 + n - 1}{3n^2 - 5n + 4} \right)$  不存在，則  $a$  值可能為 (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2

11. 設有一無窮等比級數的首項為  $0.\overline{3}$ ，第二項為  $0.2\overline{7}$ ，關於此無窮等比級數的敘述，下列哪些是正確的？

(1) 首項為  $\frac{3}{10}$  (2) 第二項為  $\frac{27}{99}$  (3) 公比  $\frac{5}{6}$  (4) 無窮級數的和為 2 (5) 此無窮級數發散

三、填充題 (9 格 每格 5 分 共 45 分)

12. 已知  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)} = \frac{b}{a}$ ，且  $a$  與  $b$  為正整數， $a$  與  $b$  互質，則數對  $a+b = \underline{\text{⑫}}$ 。

13. 設  $a$  與  $b$  均為實數，若  $\frac{a}{2} + \frac{b}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \frac{b}{2^4} + \cdots + \frac{a}{2^{2n-1}} + \frac{b}{2^{2n}} + \cdots = 3$ ，則  $2a+b = \underline{\text{⑬}}$ 。

14. 已知  $b_n = 2 \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times \cdots \times (1 - \frac{1}{n})$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \times (3n-1) = \underline{\text{⑭}}$ 。

15. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{99 \times 4^n + 5^n}{33 \times 4^n + 5^{n-1}} = \underline{\text{⑮}}$ 。

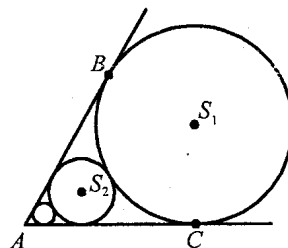
16. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{3}{n} - 2) \times (4 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}) = \underline{\text{⑯⑰}}$ 。

17. 已知數列  $\langle a_n \rangle$  為收斂數列，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2}{a_n + 1} = 2$ ，求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\text{⑱}}$ 。

18. 若無窮等比級數  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} + \cdots$  的和為  $S$ ，此級數的前  $n$  項部分和為  $S_n$ ，若欲使  $|S - S_n| < \frac{1}{200}$  成立，則最小正整數  $n = \underline{\text{⑲}}$ 。

19. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\cdots+2n}{n^2} = \underline{\text{⑳}}$ 。

20. 如圖， $\angle BAC = 60^\circ$ ，圓  $S_1, S_2, S_3, \dots$  兩兩外切，且均與  $\overline{AB}$  與  $\overline{AC}$  相切，最大圓  $S_1$  之半徑為 4，若所有圓  $S_1, S_2, S_3, \dots$  之面積總和為  $a\pi$ ，則  $a = \underline{\text{㉑㉒}}$ 。



| 題號                                      | 題型   | 題分 | 標準答案 | 全體  |     |     |     |     | 411 |     |     |     |     | 高分組 |   |    |     |     | 111 |    |   |        |        | 低分組   |       |   |   |  | 111 |  |  |  |  | 全體答對率 | 難易指數 | 鑑別指數 |
|-----------------------------------------|------|----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|----|-----|-----|-----|----|---|--------|--------|-------|-------|---|---|--|-----|--|--|--|--|-------|------|------|
|                                         |      |    |      | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 未   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 未 | 1  | 2   | 3   | 4   | 5  | 未 | 1      | 2      | 3     | 4     | 5 | 未 |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 1                                       | 單選題  | 5  | 2    | 355 | 55  | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 96  | 15  | 0   | 0   | 0 | 0  | 76  | 34  | 0   | 0  | 0 | 1      | 86.37% | 0.775 | 0.180 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 2                                       | 單選題  | 5  | 1    | 339 | 71  | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 94  | 17  | 0   | 0   | 0 | 0  | 63  | 47  | 0   | 0  | 0 | 1      | 82.48% | 0.707 | 0.279 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 3                                       | 單選題  | 5  | 5    | 200 | 210 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 84  | 27  | 0   | 0   | 0 | 0  | 17  | 93  | 0   | 0  | 0 | 1      | 48.66% | 0.455 | 0.604 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 4                                       | 單選題  | 5  | 4    | 323 | 87  | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 92  | 19  | 0   | 0   | 0 | 0  | 52  | 58  | 0   | 0  | 0 | 1      | 78.59% | 0.649 | 0.360 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 5                                       | 單選題  | 5  | 3    | 308 | 102 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 88  | 23  | 0   | 0   | 0 | 0  | 56  | 54  | 0   | 0  | 0 | 1      | 74.94% | 0.649 | 0.288 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 6                                       | 單選題  | 5  | 3    | 75  | 335 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 40  | 71  | 0   | 0   | 0 | 0  | 10  | 100 | 0   | 0  | 0 | 1      | 18.25% | 0.225 | 0.270 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 7                                       | 單選題  | 5  | 2    | 93  | 317 | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 46  | 65  | 0   | 0   | 0 | 0  | 11  | 99  | 0   | 0  | 0 | 1      | 22.63% | 0.257 | 0.315 |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 8                                       | 多重選五 | 5  | 135  | 306 | 161 | 341 | 115 | 330 | 1   | 88  | 25  | 100 | 14  | 95  | 0 | 69 | 57  | 76  | 54  | 67 | 1 | 33.33% | 0.342  | 0.450 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 9                                       | 多重選五 | 5  | 12   | 379 | 373 | 64  | 124 | 98  | 1   | 101 | 101 | 17  | 19  | 14  | 0 | 91 | 89  | 37  | 41  | 57 | 1 | 46.47% | 0.396  | 0.523 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 10                                      | 多重選五 | 5  | 1245 | 354 | 361 | 79  | 350 | 344 | 2   | 99  | 103 | 16  | 102 | 89  | 0 | 77 | 78  | 54  | 72  | 77 | 1 | 68.37% | 0.527  | 0.477 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 11                                      | 多重選五 | 5  | 34   | 63  | 61  | 323 | 331 | 89  | 1   | 14  | 17  | 95  | 98  | 15  | 0 | 38 | 36  | 67  | 74  | 49 | 1 | 60.58% | 0.491  | 0.477 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 12                                      | 題組A  | 5  | 5    | 239 | 172 | 0   | 0   | 0   | 0   | 83  | 28  | 0   | 0   | 0   | 0 | 55 | 56  | 0   | 0   | 0  | 0 | 58.15% | 0.622  | 0.252 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 13                                      | 題組B  | 5  | 9    | 209 | 202 | 0   | 0   | 0   | 0   | 81  | 30  | 0   | 0   | 0   | 0 | 15 | 96  | 0   | 0   | 0  | 0 | 50.85% | 0.432  | 0.595 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 14                                      | 題組C  | 5  | 6    | 175 | 236 | 0   | 0   | 0   | 0   | 70  | 41  | 0   | 0   | 0   | 0 | 15 | 96  | 0   | 0   | 0  | 0 | 42.58% | 0.383  | 0.495 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 15                                      | 題組D  | 5  | 5    | 218 | 193 | 0   | 0   | 0   | 0   | 82  | 29  | 0   | 0   | 0   | 0 | 15 | 96  | 0   | 0   | 0  | 0 | 53.04% | 0.437  | 0.604 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 16                                      | 題組E  | 5  | -8   | 316 | 95  | 0   | 0   | 0   | 0   | 91  | 20  | 0   | 0   | 0   | 0 | 46 | 65  | 0   | 0   | 0  | 0 | 76.89% | 0.617  | 0.405 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 18                                      | 題組F  | 5  | 4    | 267 | 144 | 0   | 0   | 0   | 0   | 81  | 30  | 0   | 0   | 0   | 0 | 33 | 78  | 0   | 0   | 0  | 0 | 64.96% | 0.514  | 0.432 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 19                                      | 題組G  | 5  | 9    | 143 | 268 | 0   | 0   | 0   | 0   | 61  | 50  | 0   | 0   | 0   | 0 | 10 | 101 | 0   | 0   | 0  | 0 | 34.79% | 0.320  | 0.459 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 20                                      | 題組H  | 5  | 1    | 253 | 158 | 0   | 0   | 0   | 0   | 84  | 27  | 0   | 0   | 0   | 0 | 26 | 85  | 0   | 0   | 0  | 0 | 61.56% | 0.495  | 0.523 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 21                                      | 題組I  | 5  | 18   | 155 | 256 | 0   | 0   | 0   | 0   | 76  | 35  | 0   | 0   | 0   | 0 | 12 | 99  | 0   | 0   | 0  | 0 | 37.71% | 0.396  | 0.577 |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |
| 選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤 |      |    |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |    |     |     |     |    |   |        |        |       |       |   |   |  |     |  |  |  |  |       |      |      |