

班級：

座號：

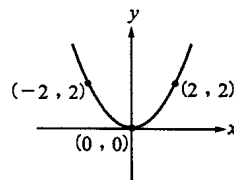
姓名：

一、單一選擇題：(占 40 分)

說明：第 1 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡上。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪一拋物線焦點和頂點的距離最大？(1) $y = x^2$ (2) $y = 4x^2$ (3) $16x = y^2$ (4) $4x = y^2$ (5) $y = 16x^2$

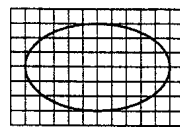
2. 如右圖所示，在坐標平面上，以原點 $(0,0)$ 為頂點，且通過 $(2,2)$ ， $(-2,2)$ 的拋物線，它的焦點坐標為？(1) $(0,0.5)$ (2) $(0,1)$ (3) $(0,1.5)$ (4) $(0,2)$ (5) $(0,4)$



3. 已知 $|x-3| = \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2}$ 的圖形是一個拋物線，關於此拋物線選出正確的選項？

(1) 焦點為 $(1,1)$ (2) 準線為 $x = -3$ (3) 頂點為 $(3,-1)$ (4) 對稱軸為 $y = -1$ (5) 正焦弦長為 1

4. 右圖是貼在方格紙上的一個橢圓。已知每個方格的邊長為 1 個單位，則該橢圓的兩個焦點距離最接近下列哪一個選項？(1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9 個單位



5. 設橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 和橢圓 $\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 同焦點，則下列敘述何者正確？

(1) $k^2 = a^2 - b^2$ (2) $k = a - b$ (3) $k = a + b$ (4) $k = b$ (5) $k^2 = 2a^2 - b^2$

6. 方程式 $x^2 + 4y^2 + 2x + 4y + k = 0$ 的圖形為橢圓，則 k 的範圍為何？(1) $k < 0$ (2) $k \neq 0$ (3) $k < 2$ (4) $k > 2$ (5) 無限制

7. 已知雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 上一點 P 到其中一焦點 F 的距離為 4，那麼 P 到另一焦點 F' 的距離是多少？

(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10

8. 設一雙曲線兩焦點為 F_1, F_2 ，實軸長為 14，若焦弦 $\overline{AB}$ 過 F_1 ，且 $\overline{AB} = 9$ ，則 $\triangle ABF_2$ 之周長為何？

(1) 45 (2) 46 (3) 47 (4) 48 (5) 49

9. 設一雙曲線 $x^2 - 9y^2 - 12x + 36y - 9 = 0$ ，則下列敘述何者正確？(1) 實軸長為 6 (2) 中心點為 $(6, -2)$

(3) 一頂點為 $(9, -2)$ (4) 一頂點為 $(3, -2)$ (5) 焦點為 $(6 \pm \sqrt{10}, -2)$

10. 橢圓 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{9} = 1$ 和雙曲線 $\frac{(y-1)^2}{4} - \frac{x^2}{400} = 1$ 的圖形有幾個交點？(1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1 (5) 0

二、多重選擇題：(占 10 分)

說明：第 11 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡上。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

11. 已知一橢圓的兩焦點為 $(-2,0)$ 及 $(8,0)$ ，長軸長為 20，問下列哪些敘述是正確的？

(1) $(3,0)$ 為橢圓的中心 (2) 短軸長為 $5\sqrt{3}$ (3) $(3, -5\sqrt{3})$ 為短軸上一個頂點

(4) $x = 3$ 為橢圓的對稱軸 (5) 正焦弦長 $\frac{15}{2}$

12. 關於方程式 $\frac{x^2}{8+k} + \frac{y^2}{k-4} = 1$ ，下列敘述哪些正確？

(1) 不論 k 為任何實數，其圖形都不可能是一個圓 (2) 若其圖形為橢圓，則長軸必在 x 軸上

(3) 若其圖形為雙曲線，則焦點必在 x 軸上 (4) 若其圖形為橢圓，其中心到焦點的距離為 $2\sqrt{3}$

(5) 若其圖形為雙曲線，其中心到焦點的距離為 2

三、選填題：(占 50 分)

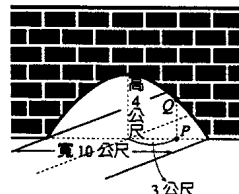
說明：1.第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡上所標示的列號 (13-38)。

2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設與拋物線 $y^2 - 8x - 2y + 9 = 0$ 共對稱軸、共頂點且通過點 $(2, 3)$ 的拋物線方程式為 $(y - k)^2 = a(x - h)$ 。求 $(h, k, a) = \underline{(13), (14), (15)}$ 。

B. 坐標平面上兩點 $A(1, 0)$ 與 $B(b, 0)$ ， $b > 1$ 。若拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 上有一點 P 使得 $\triangle ABP$ 為正三角形，則 b 值為 (16)。

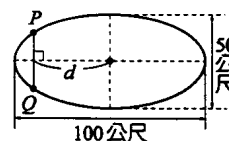
C. 如右圖，一條隧道的頂部是拋物線形的拱形，拱高 4 公尺，寬度是 10 公尺，試問：距離中心線 3 公尺之處的拱高 $\overline{PQ}$ 是 $\frac{(17)(18)}{(19)(20)}$ 公尺。



D. 設線段 $\overline{AP}$ 的長度為 6，現在保持點 A 在 x 軸上，左右移動，且 $\overline{AP}$ 的中點在 y 軸上，上下移動，則點 P 所經過之路徑所形成圖形的方程式 $\frac{x^2}{h} + \frac{y^2}{k} = 1$ ，則 $(h, k) = \underline{((21), (22))(23)}$ 。

E. 橢圓 $\frac{(x-1)^2}{m} + \frac{(y-1)^2}{n} = 1$ 滿足長軸的兩端點為 $(6, 1)$ ， $(-4, 1)$ ，一焦點為 $(-2, 1)$ ，則 $(m, n) = \underline{((24)(25), (26)(27))}$ 。

F. 如右圖，有一小型的橢圓形溜冰場，長軸長 100 公尺，短軸長 50 公尺，那麼寬 10 公尺的 $\overline{PQ}$ 距離短軸有 $(28)(29)\sqrt{(30)}$ 公尺。(即圖中的 d 值)



G. 設雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ ，若 Γ 上任一點 P 到兩條漸近線之距離的乘積為 m ， Γ 之正焦弦長為 n ，則 $(m, n) = \underline{\left(\frac{(31)(32)}{(33)(34)}, \frac{(35)}{(36)} \right)}$ 。

H. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點 F_1, F_2 ，且橢圓的短軸長和雙曲線的共軛軸長相等。設 P 為此橢圓與雙曲線的一個交點，且 $\overline{PF_1}^2 + \overline{PF_2}^2 = 63$ ，試求 $\overline{F_1F_2} = \underline{(37)\sqrt{(38)}}$ 。

I. 設 F_1, F_2 為雙曲線 $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 的兩個焦點，若 P 為 Γ 上一點，滿足 $\overline{PF_1} : \overline{PF_2} = 1 : 2$ ，則 $\triangle PF_1F_2$ 的周長為 (39)(40)。

J. 當一雙曲線的實軸與共軛軸等長時，稱此雙曲線為等軸雙曲線。已知等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $x + y = 0$ ，中心的坐標 $(1, -1)$ 且 Γ 過點 $(4, 0)$ ，則 Γ 的頂點為 $((41)(42)(43)\sqrt{(44)}, (45)(46))$ 。

桃園市立平鎮高級中學 104學年第2學期 期末考二年級不限組別數學IV[20160629200050101054] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					552					高分組					149					低分組					149					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	4	3	472	80	0	0	0	0	130	19	0	0	0	0	103	46	0	0	0	0	85.51%	0.782	0.181												
2	單選題	4	1	411	140	0	0	0	1	120	29	0	0	0	0	79	70	0	0	0	0	74.46%	0.668	0.275												
3	單選題	4	4	450	101	0	0	0	1	127	22	0	0	0	0	88	60	0	0	0	1	81.52%	0.721	0.262												
4	單選題	4	4	459	93	0	0	0	0	124	25	0	0	0	0	98	51	0	0	0	0	83.15%	0.745	0.174												
5	單選題	4	5	331	221	0	0	0	0	107	42	0	0	0	0	44	105	0	0	0	0	59.96%	0.507	0.423												
6	單選題	4	3	392	158	0	0	0	2	120	28	0	0	0	1	65	83	0	0	0	1	71.01%	0.621	0.369												
7	單選題	4	5	391	161	0	0	0	0	115	34	0	0	0	0	61	88	0	0	0	0	70.83%	0.591	0.362												
8	單選題	4	2	389	160	0	0	0	3	122	27	0	0	0	0	61	88	0	0	0	0	70.47%	0.614	0.409												
9	單選題	4	1	441	111	0	0	0	0	122	27	0	0	0	0	84	65	0	0	0	0	79.89%	0.691	0.255												
10	單選題	4	2	246	303	0	0	0	3	89	60	0	0	0	0	30	117	0	0	0	2	44.57%	0.399	0.396												
11	多重選五	5	134	533	222	499	488	48	1	144	43	136	137	12	0	137	86	121	111	28	0	48.01%	0.413	0.396												
12	多重選五	5	1234	337	488	403	308	126	2	113	139	123	96	18	1	62	124	94	80	59	0	17.57%	0.195	0.322												
13	題組A	5	114	317	235	0	0	0	0	106	43	0	0	0	0	26	123	0	0	0	0	57.43%	0.443	0.537												
16	題組B	5	5	185	367	0	0	0	0	85	64	0	0	0	0	25	124	0	0	0	0	33.51%	0.369	0.403												
17	題組C	5	6425	222	330	0	0	0	0	87	62	0	0	0	0	18	131	0	0	0	0	40.22%	0.352	0.463												
21	題組D	5	936	175	377	0	0	0	0	77	72	0	0	0	0	7	142	0	0	0	0	31.70%	0.282	0.470												
24	題組E	5	2516	461	91	0	0	0	0	127	22	0	0	0	0	93	56	0	0	0	0	83.51%	0.738	0.228												
28	題組F	5	206	244	308	0	0	0	0	100	49	0	0	0	0	6	143	0	0	0	0	44.20%	0.356	0.631												
31	題組G	5	361383	239	313	0	0	0	0	96	53	0	0	0	0	12	137	0	0	0	0	43.30%	0.362	0.564												
37	題組H	5	37	166	386	0	0	0	0	71	78	0	0	0	0	28	121	0	0	0	0	30.07%	0.332	0.289												
39	題組I	5	30	312	240	0	0	0	0	105	44	0	0	0	0	35	114	0	0	0	0	56.52%	0.470	0.470												
41	題組J	5	1+22-1	143	409	0	0	0	0	75	74	0	0	0	0	5	144	0	0	0	0	25.91%	0.268	0.470												
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																				