

一、是非題：(正確請選 1，錯誤請選 2，每題 2 分，共 28 分)

甲. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 0.1 & 1.2 \\ 0.9 & -0.2 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 \\ 0.7 & 0.4 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 1 & 0.5 \end{bmatrix}$

1. 上述 5 個矩陣當中，符合轉移矩陣原則的矩陣有 2 個。

2. $\frac{1}{2}(A^2 + AD)$ 為轉移矩陣。

3. $2A - D$ 為轉移矩陣。

乙. 已知 $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, C 、 D 為二階方陣

4. 若 $AC = AD$ ，則 $C = D$

5. $\det(3B) = 3 \times \det(B)$

6. 若 $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ 無解

丙. 已知 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

7. AB 有意義

8. CB 與 DE 的矩陣階數相同

9. 若 $2A - B = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 9 & e & 0 \end{bmatrix}$ ，則 $e = 1$

丁. 已知 $L_1: \frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3} = \frac{z+3}{4}$, $L_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+3}{8}$, $E_1: 3x + 2y - 3z = 16$,

10. 直線 L_1 的方向向量為 $(2, 3, 4)$

11. 直線 L_1 與直線 L_2 相交於一點

12. 直線 L_2 與平面 E_1 平行

戊. 已知三元一次聯立方程組的增廣矩陣經過高斯消去法列運算後可化簡為 $\begin{bmatrix} 1 & a & b & c \\ 0 & 1 & d & e \\ 0 & 0 & f & g \end{bmatrix}$

13. 如果聯立方程式有解，則 $f \neq 0$

14. 若 $g = 0$ ，則聯立方程式一定有解

二、單選題：(每題 6 分，共 24 分)

15. 已知三元一次聯立方程組 $\begin{cases} x + 2y + 2z = 13 \\ 2x + 3y + 5z = 28 \\ ax + by + cz = d \end{cases}$ 恰有一組解，請問下列哪一個選項可能為 $ax + by + cz = d$ ？

(1) $3x + 5y + 7z = 41$

(2) $x + y + 3z = 15$

(3) $2x + 4y + 4z = 13$

(4) $x + 3y + 3z = 19$

(5) $4x + 11y + 5z = 28$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

16. 某天游哥哥跑去跟小琪琪商借 wifi 上網的密碼，小琪琪給了游哥哥三組數對 $(3, 5)$ ， $(2, -6)$ ， $(7, 2)$ ，然後告訴游哥哥，透過矩陣乘法將每個數對乘上 $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ 後會得到一個數字，對應上面表格會得到一個對應的英文字母，(例如：數對 $(1, 2)$ ，將 $\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 1$ ，對應的英文字母為 A)，已知小琪琪的 wifi 上網密碼為三個英文字母的組合，請問下列哪個選項可能是小琪琪的 wifi 上網密碼？

(1) SED

(2) LPD

(3) SDI

(4) LSR

(5) LDS

17. 已知 A, B 為二階方陣且 A, B 的反方陣 A^{-1}, B^{-1} 皆存在，若 $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 19 & 31 \end{bmatrix}$ ， $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ，則 $A =$

(1) $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 31 & -13 \\ -19 & 8 \end{bmatrix}$

18. 某次數學考試，題型有單選題、多選題及選填題三個大題，已知三大題中各有若干小題，且單選題與多選題一樣多小題。若每小題皆為 5 分，則滿分為 100 分；若設定單選題每小題 2 分，多選題每小題 4 分，選填題每小題 8 分，則滿分亦為 100 分。由此可知選填題共有多少小題？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

三、多重選擇題：(每題 6 分，錯一個選項可得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個選項以上不給分，共 24 分)

19. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = 2I + B$, 若 $A^5 = (2I + B)^5 = rI + sB = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則下列選項哪些是正確的？

- (1) $a = d$
- (2) $b = 80$
- (3) $c = 1$
- (4) B^{-1} 存在
- (5) $r + s = 112$

20. 已知兩相異平面 $E_1: a_1x + b_1y + c_1z = d_1$ 與平面 $E_2: a_2x + b_2y + c_2z = d_2$, 皆通過 $(1, 2, 3)$ 及 $(3, 6, 9)$, 則下列敘述哪些是正確的？

- (1) 平面 E_1 與平面 E_2 相交於一直線
- (2) d_1 可能為 3
- (3) d_2 不可能為 0
- (4) $(-1, -2, -3)$ 必落在平面 E_1
- (5) $(1, 3, 2)$ 必落在平面 E_2

21. 已知矩陣 A 為一個 $m \times n$ 階的矩陣，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & 5 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, 若 $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} A = B$, 則下列敘述哪些是正確的？

- (1) $m = 1$
- (2) $n = 3$
- (3) $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$
- (4) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 的反方陣為 $\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$
- (5) A 矩陣所有元的和為 20

22. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.4 \\ 0.25 & 0.6 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(1) $AB = BA$

(2) $B^3 = I$

(3) $C^2 = I$

(4) $C^4 D = DB^6$

(5) $(CBC)^{12} = I$

四、選填題：(每題 6 分，共 24 分)

23. 已知 $L_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{4}$, $L_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+6}{3}$ 相交於一點 (a, b, c) , 則 $(a, b, c) = (23, 24, 25, 26, 27)$

24. 承上題，若包含 L_1 及 L_2 的平面方程式為 $ax + y + bz = c$, 則 $(a, b, c) = (28, 29, 30, 31, 32, 33, 34)$

25. 已知聯立方程式 $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + 2y - z = 1 \\ x - 8y + az = b \end{cases}$ 有無限多組解，則數對 $(a, b) = (35, 36)$

26. 軒宇是一位努力且奮發向上的高中生，他的讀書習慣如下描述：

如果他昨天晚上讀書超過三小時，則今天晚上讀書超過三小時的機率為 0.7。

如果他昨天晚上讀書不到三小時，則今天晚上讀書超過三小時的機率為 0.4。

已知星期一晚上他很認真的讀書超過三小時，則星期三晚上他讀書超過三小時的機率為 $0.ab$, 則 $(a, b) = (37, 38)$

桃園市立平鎮高級中學 105學年第2學期 月考二二年級不限組別數學IV[20170519200020101054] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體						551						高分組						149						低分組						149						全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	是非題	2	2	470	81	0	0	0	0	127	22	0	0	0	0	110	39	0	0	0	0	85.30%	0.795	0.114																		
2	是非題	2	1	436	115	0	0	0	0	127	22	0	0	0	0	100	49	0	0	0	0	79.13%	0.762	0.181																		
3	是非題	2	2	462	*89	0	0	0	0	131	18	0	0	0	0	106	43	0	0	0	0	83.85%	0.795	0.168																		
4	是非題	2	2	371	180	0	0	0	0	121	28	0	0	0	0	90	59	0	0	0	0	67.33%	0.708	0.208																		
5	是非題	2	2	385	166	0	0	0	0	113	36	0	0	0	0	82	67	0	0	0	0	69.87%	0.654	0.208																		
6	是非題	2	1	422	129	0	0	0	0	127	22	0	0	0	0	94	55	0	0	0	0	76.59%	0.742	0.221																		
7	是非題	2	2	442	109	0	0	0	0	132	17	0	0	0	0	88	61	0	0	0	0	80.22%	0.738	0.295																		
8	是非題	2	1	344	207	0	0	0	0	107	42	0	0	0	0	55	94	0	0	0	0	62.43%	0.544	0.349																		
9	是非題	2	1	523	28	0	0	0	0	143	6	0	0	0	0	132	17	0	0	0	0	94.92%	0.923	0.074																		
10	是非題	2	2	183	368	0	0	0	0	83	66	0	0	0	0	32	117	0	0	0	0	33.21%	0.386	0.342																		
11	是非題	2	1	201	350	0	0	0	0	72	77	0	0	0	0	57	92	0	0	0	0	36.48%	0.433	0.101																		
12	是非題	2	2	312	239	0	0	0	0	90	59	0	0	0	0	82	67	0	0	0	0	56.62%	0.577	0.054																		
13	是非題	2	2	237	314	0	0	0	0	89	60	0	0	0	0	42	107	0	0	0	0	43.01%	0.440	0.315																		
14	是非題	2	1	294	257	0	0	0	0	92	57	0	0	0	0	65	84	0	0	0	0	53.36%	0.527	0.181																		
15	單選題	6	4	403	146	0	0	0	2	123	25	0	0	0	1	71	77	0	0	0	1	73.14%	0.651	0.349																		
16	單選題	6	5	509	42	0	0	0	0	130	19	0	0	0	0	126	23	0	0	0	0	92.38%	0.859	0.027																		
17	單選題	6	2	385	161	0	0	0	5	117	31	0	0	0	1	71	76	0	0	0	2	69.87%	0.631	0.309																		
18	單選題	6	5	404	146	0	0	0	1	118	30	0	0	0	1	76	73	0	0	0	0	73.32%	0.651	0.282																		
19	多重選五	6	15	488	96	83	188	390	3	133	23	15	39	108	1	115	49	55	76	92	2	43.38%	0.356	0.309																		
20	多重選五	6	14	435	274	213	391	170	6	122	62	33	122	33	1	101	90	86	89	67	2	21.42%	0.195	0.322																		
21	多重選五	6	235	84	495	436	128	394	2	14	136	132	20	117	1	55	116	94	67	81	1	50.45%	0.416	0.470																		
22	多重選五	6	1345	349	144	505	347	335	4	109	37	137	111	105	1	70	51	125	68	71	2	20.87%	0.185	0.342																		
23	題組A	6	-25-3	359	192	0	0	0	0	109	40	0	0	0	0	28	121	0	0	0	0	65.15%	0.460	0.544																		
28	題組B	6	17-1310	323	228	0	0	0	0	107	42	0	0	0	0	17	132	0	0	0	0	58.62%	0.416	0.604																		
35	題組C	6	51	358	193	0	0	0	0	114	35	0	0	0	0	37	112	0	0	0	0	64.97%	0.507	0.517																		
37	題組D	6	61	307	244	0	0	0	0	112	37	0	0	0	0	30	119	0	0	0	0	55.72%	0.477	0.550																		
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																										

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤

五標 (90, 82, 70, 50, 36) 平均 65.63