

桃園縣立平鎮高中 105 學年度 第二學期 期末考 高三自然組數學 試題卷
適用班級:308、310~313

注意事項:試卷張數:試題卷 3 張、答案卡 1 張、答案卷 1 張

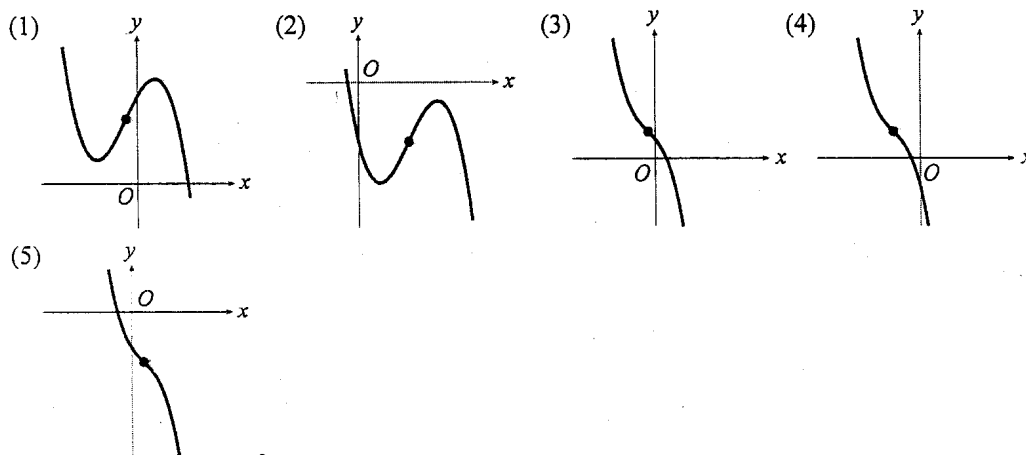
作答方式:答案卡劃記

繳回 、答案卷

一、單選題 (佔 5 分)

說明:第 1 題,每題選出最適當的一個選項,劃記在答案卡之「解答欄」,每題答對得 5 分,答錯不倒扣。

- () 1. 若三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的係數滿足 $a < 0$ 、 $b < 0$ 、 $d > 0$ 與 $b^2 - 3ac > 0$, 則其圖形應為下列哪一個選項? (各圖中的黑點為反曲點)



二、多選題 (佔 15 分)

說明:第 2 至 4 題,每題的五個選項各自獨立,其中至少有一個選項是正確的,選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣,五個選項全部答對者得 5 分,只錯一個選項可得 3 分,錯兩個選項可得 1 分,不作答或錯三個以上選項不給分。

- () 2. 設 f 為實係數三次多項式函數。已知五個方程式的相異實根個數如表所述: 關於 f 的極小值 α 、極大值 β , 試問下列哪一個選項是正確的?

- (1) α 不存在 (2) $\alpha = -10$ (3) $-10 < \alpha < 0$ (4) $\beta > 10$ (5) $\beta = 10$ 。

註: 極小(大)值是指相對極小(大)值, 或稱為局部極小(大)值。

方程式	相異實根的個數
$f(x) - 20 = 0$	1
$f(x) - 10 = 0$	2
$f(x) = 0$	3
$f(x) + 10 = 0$	1
$f(x) + 20 = 0$	1

- () 3. 設 $f'(x)$ 表示實係數多項式函數 $f(x)$ 的導函數, 已知 $y = f'(x)$ 的圖形是一個通過點 $(1, 0)$ 和點 $(2, 0)$ 且開口向上的拋物線。試問下列哪些選項是正確的? (1) $f(x)$ 一定是三次多項式 (2) $f(x)$ 在 $1 < x < 2$ 的範圍內必為遞增 (3) $f(x)$ 一定恰有兩個極值 (4) $f(x) = 0$ 一定有三個實根 (5) $f(x) = 0$ 在 $1 \leq x \leq 2$ 的範圍內一定有實根。

() 4. 已知一個 n 次實係數多項式 $f(x)$ 滿足下列性質：

- (1) 當 $x < 0$ 時, $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$;
- (2) 當 $0 < x < 1$ 時, $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) < 0$;
- (3) 當 $1 < x < 4$ 時, $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$;
- (4) 當 $x > 4$ 時, $f'(x) > 0$ 且 $f''(x) > 0$ 。

請選出正確的選項：

- (1) $f'(2) > f'(3)$ (2) $f(x)$ 在 $x=4$ 時有最小值 (3) $f(x)$ 的圖形有二個反曲點 (4) n 可能為 4
(5) $f(x)$ 的最高次項係數必為負。

三、選填題 (佔 50 分)

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (5~25)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知 $f(x) = x^3 - x^2 + 3$ ，求 (1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \underline{\textcircled{5}}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x-1} = \underline{\textcircled{6}}$ 。

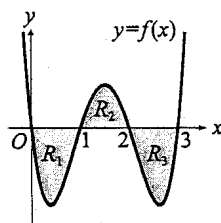
B. 求函數 $f(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2)$ 的圖形上，以 $P(1, 6)$ 為切點的切線方程式 $y = \underline{\textcircled{7}}x - \underline{\textcircled{8}}$ 。

C. 設函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3$ 在 $x=1$ 的切線為 $y = x + 2$ ，求數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{9}} \underline{\textcircled{10}} \underline{\textcircled{11}})$ 。

D. 設三次函數 $f(x)$ 在 $x=1$ 處有極大值 5，在 $x=-1$ 處有極小值 1，求 $f(2) = \underline{\textcircled{12}}$ 。

E. 求定積分 $\int_0^1 (2x(x^2+1)^2) dx = \frac{\underline{\textcircled{13}}}{\underline{\textcircled{14}}}$ 。(化為最簡分數)

F. 已知圖中三個區域 R_1, R_2, R_3 的面積分別為 1, 2, 1，求 $\left| \int_0^3 f(x) dx \right| = \underline{\textcircled{15}}$ 。



G. 設 a, b 為實數, $f(x)$ 為 5 次實係數多項式且其最高次項係數為 a 。若 $f(x)$ 滿足 $\int_b^x f(t) dt = \frac{3}{2}(x^2 + 4x + 5)^3 - \frac{3}{2}$,

則數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{16}}, \underline{\textcircled{17}} \underline{\textcircled{18}})$ 。

H. 求 $y = x^4$ 與 $y = x^6$ 的圖形所圍成的區域面積 $\frac{\underline{\textcircled{19}}}{\underline{\textcircled{20}} \underline{\textcircled{21}}}$ 。(化為最簡分數)

I. 已知由拋物線 $y = 2x - x^2$ 與兩直線 $y = x$ 、 $y = 0$ 所圍成的區域為 R ，則 R 繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積為

$\frac{\underline{\textcircled{22}} \underline{\textcircled{23}}}{\underline{\textcircled{24}} \underline{\textcircled{25}}} \pi$ 。

四、計算題（佔 30 分）

1. (1)描繪函數 $f(x)=x^3+6x^2+9x+2$ 的圖形(必須標出三個點：發生極值的點、反曲點，討論遞增、遞減，凹口上、下) (7%)
(2)兩函數 $y=x^3+2x^2+7x+1$ 與 $y=-4x^2-2x-1$ 有幾個交點？(3%)
2. (1)設 $2 \leq t \leq 3$ ，若二次函數 $f(x)=x^2-(t^2-5t+6)x$ 與 x 軸所為之封閉區域為 R ，則區域 R 的面積 $A(t)$ 為何？(6%)
(2)試求 $A(t)$ 的最大值，以及此時 t 值為何？(4%)
3. 在坐標平面上以 Ω 表曲線 $y=x-x^2$ 與直線 $y=0$ 所圍的有界區域。
(1)試求 Ω 的面積。(4%)
(2)若直線 $y=cx$ 將 Ω 分成面積相等的兩塊區域，試求 c 之值。(6%)

桃園市立平鎮高級中學 105學年第2學期 期末考三年級不限組別數學甲 II [20170519300050101056] 全體考生 試題分析表

題 號	題型	題分	標準答案	全體						191						高分組						52						低分組						52						全體答 對率	難易 指數	鑑別 指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	1	159	32	0	0	0	0	48	4	0	0	0	0	37	15	0	0	0	0	83.25%	0.817	0.212																		
2	多重選五	5	35	8	28	165	31	162	2	0	4	49	6	47	0	3	7	39	15	38	2	73.82%	0.731	0.269																		
3	多重選五	5	13	169	17	170	51	80	1	45	1	51	7	12	0	43	5	39	26	32	1	45.55%	0.423	0.500																		
4	多重選五	5	234	81	151	150	160	28	2	23	45	45	49	3	0	22	38	30	41	10	2	32.98%	0.317	0.288																		
5	題組A	5	8	139	52	0	0	0	0	46	6	0	0	0	0	25	27	0	0	0	0	72.77%	0.683	0.404																		
6	題組B	5	4	154	37	0	0	0	0	51	1	0	0	0	0	33	19	0	0	0	0	80.63%	0.808	0.346																		
7	題組C	5	93	163	28	0	0	0	0	51	1	0	0	0	0	36	16	0	0	0	0	85.34%	0.837	0.288																		
9	題組D	5	1-1	158	33	0	0	0	0	50	2	0	0	0	0	32	20	0	0	0	0	82.72%	0.788	0.346																		
12	題組E	5	1	129	62	0	0	0	0	47	5	0	0	0	0	19	33	0	0	0	0	67.54%	0.635	0.538																		
13	題組F	5	73	148	43	0	0	0	0	46	6	0	0	0	0	32	20	0	0	0	0	77.49%	0.750	0.269																		
15	題組G	5	0	116	75	0	0	0	0	45	7	0	0	0	0	20	32	0	0	0	0	60.73%	0.625	0.481																		
16	題組H	5	9-2	77	114	0	0	0	0	40	12	0	0	0	0	5	47	0	0	0	0	40.31%	0.433	0.673																		
19	題組I	5	435	137	54	0	0	0	0	48	4	0	0	0	0	24	28	0	0	0	0	71.73%	0.692	0.462																		
22	題組J	5	1315	45	146	0	0	0	0	27	25	0	0	0	0	4	48	0	0	0	0	23.56%	0.298	0.442																		
										選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤

五標 (63, 58, 51, 43, 29) 平均 47.26 / 70