

第一部分：選擇題（佔 60 分）

壹、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 下列哪一個極限值最大？

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9+2n}{999+n} \right)$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-n}{(n+3)(n+1)}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{n}{2n+1} \right)$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3\sqrt{n}}{\sqrt{n}-2} \right)$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{n} \right)^2$ 。

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{\frac{n+1}{2}} - 2^n}{\frac{n}{3^{2n+1}} + 2^{n+1}} = ?$

(1) $-\sqrt{3}$

(2) $-\sqrt{2}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(4) $-\frac{1}{2}$

(5) $\frac{3}{2}$ 。

3. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1.2 + 0.4 + 0.04 + 0.004 + \cdots + 0.\overbrace{0000 \dots 0}^{n \text{ 個 } 0} 4 \right) = \frac{k}{45}$ ，則整數 $k = ?$

(1) 71

(2) 72

(3) 73

(4) 74

(5) 75。

4. 設 $f(x) = 3x + 2$ 與一次函數 $g(x)$ 的合成函數為 $(g \circ f)(x) = x$ ，則 $g(x) = ?$

(1) $3x - \frac{2}{3}$

(2) $\frac{1}{3}x - \frac{3}{2}$

(3) $3x - \frac{3}{2}$

(4) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

(5) $\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 。

5. 若 $f(x) = x^2$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(3n-1) - f(n-1)}{f(2n)} = ?$

(1) $\frac{3}{2}$

(2) $\frac{9}{4}$

(3) 0

(4) 1

(5) 2。

6. 試求 $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{x+|x|}{x}$ 之值？

(1) 1

(2) 2

(3) 0

(4) -1

(5) 不存在。

貳、多選題（佔 30 分）

說明：第 7 至 12 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

7. 下列哪些數列是收斂數列？

(1) $a_n = \frac{n-1000}{n+100}$

(2) $b_n = (-1)^n$

(3) $c_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

(4) $d_n = \frac{n^2-1000}{2n}$

(5) $e_n = 3^n$ 。

8. 關於無窮等比級數的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots = 2$

(2) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \cdots = \frac{1}{4}$

(3) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{3}{2}$

(4) $1 + 2 + 4 + \cdots = -1$

(5) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \cdots = \frac{3}{4}$ 。

9. 下列哪些敘述是正確的？

(1) $0.3\overline{43}$ 不是有理數

(2) $0.\overline{6} + 0.\overline{4} = 1$

(3) $0.3\overline{9} = 0.4$

(4) 若無窮數列 $\{a_n\}$ 中有無限多項滿足 $a_n > 0$ ，也有無限多項滿足 $a_n < 0$ ，則 $\{a_n\}$ 必發散

(5) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 的值存在，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 。

10. 設函數 $f(x) = [x[x]]$ ，其中符號 $[]$ 為高斯符號。已知 $f(x)$ 的定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$ ，則下列哪些選項是 $f(x)$ 的值域？

(1) 0

(2) 2

(3) 3

- (4) 5
(5) 9。

11. 已知 $f(x) = x - 2$, $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$, 下列哪些選項是正確的?

- (1) $\left(\frac{f}{g}\right)(3) = \frac{2}{5}$
 (2) $(f \circ g)(3) = \frac{1}{2}$
 (3) $(g \circ f)(3) = \frac{3}{4}$
 (4) $(f \circ g)(x) = \frac{-x+4}{x-1}$
 (5) $(g \circ f)(x) = \frac{x-3}{x}$ 。

12. 下列函數，何者為在 $x = 0$ 處連續?

- (1) $f(x) = x^2 + 1$
 (2) $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$
 (3) $f(x) = [x]$
 (4) $f(x) = 2^x$
 (5) $f(x) = \log_2 x$ 。

第二部分：選填題（佔 40 分）

說明：1. 第 A 至 H 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (13~31)。

2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 $a, b \in \mathbb{R}$, 滿足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 8}{2n - 3} = 3$, 則數對 $(a, b) = \underline{(13, 14)}$ 個。(化為最簡分數)

B. 設 (a_n) 是一收斂數列，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 1}{4a_n + 2} = 2$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\underline{15} \underline{16}}{\underline{17}}$ 。

C. 一皮球自離地面 10 公尺高處落下，每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{3}{5}$, 則此球自落下到靜止時所經過的距離為 $\underline{18} \underline{19}$ 。

D. 已知首項為 3 的無窮等比級數的和為 $\frac{24}{7}$, 若前 n 項的和 S_n 滿足 $\left| \frac{24}{7} - S_n \right| < \frac{1}{1000}$, 則 n 的最小值為 $\underline{20}$ 。

E. 求 $\sum_{k=1}^{100} [\log k]$ 的值，其中符號 $[]$ 為高斯符號。 $\underline{21} \underline{22}$ 。

F. 設 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = \frac{5}{3}$, 則數對 $(a, b) = \underline{(23, 24, 25, 26)}$ 。

G. 設 $f(x)$ 為三次多項式，且 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{x+1} = -6$, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -3$, 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \underline{27}$ 。

H. 設 $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2}, & x \neq 2 \\ \frac{7}{3}, & x = 2 \end{cases}$, 若 $g(x)$ 在 $x = 2$ 處連續，則數對 $(a, b) = \underline{(28, 29, 30, 31)}$ 。

桃園市立平鎮高級中學 106學年第2學期 期末考三年級不限組別數學乙 II [20180507300050101058] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體			349			高分組			94			低分組			94			全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未			
1	單選題	5	4	169	180	0	0	0	0	64	30	0	0	0	0	16	78	0	0	0	0	48.42%	0.426	0.511
2	單選題	5	4	148	199	0	0	0	2	59	35	0	0	0	0	10	84	0	0	0	0	42.41%	0.367	0.521
3	單選題	5	4	189	160	0	0	0	0	65	29	0	0	0	0	15	79	0	0	0	0	54.15%	0.426	0.532
4	單選題	5	5	194	155	0	0	0	0	65	29	0	0	0	0	14	80	0	0	0	0	55.59%	0.420	0.543
5	單選題	5	5	193	154	0	0	0	2	67	27	0	0	0	0	10	82	0	0	0	2	55.30%	0.410	0.606
6	單選題	5	5	170	179	0	0	0	0	62	32	0	0	0	0	14	80	0	0	0	0	48.71%	0.404	0.511
7	多重選五	5	13	272	121	268	145	75	0	78	20	81	21	13	0	60	59	60	58	44	0	32.09%	0.303	0.543
8	多重選五	5	135	272	101	309	134	268	0	74	22	85	24	78	0	50	61	76	50	51	0	37.25%	0.335	0.500
9	多重選五	5	35	109	99	247	213	219	1	21	18	76	49	59	0	50	51	54	64	66	0	12.89%	0.138	0.213
10	多重選五	5	145	288	186	194	145	228	1	79	34	36	43	75	0	64	65	77	46	37	1	10.32%	0.117	0.191
11	多重選五	5	124	263	267	101	273	106	3	77	79	15	81	19	1	48	62	62	60	58	2	40.11%	0.314	0.628
12	多重選五	5	14	229	178	240	223	132	2	70	37	56	68	18	0	55	53	74	49	46	1	8.60%	0.096	0.106
13	題組A	5	06	183	166	0	0	0	0	63	31	0	0	0	0	6	88	0	0	0	0	52.44%	0.367	0.606
15	題組B	5	-35	104	245	0	0	0	0	52	42	0	0	0	0	2	92	0	0	0	0	29.80%	0.287	0.532
18	題組C	5	40	81	268	0	0	0	0	38	56	0	0	0	0	1	93	0	0	0	0	23.21%	0.207	0.394
20	題組D	5	4	75	274	0	0	0	0	36	58	0	0	0	0	8	86	0	0	0	0	21.49%	0.234	0.298
21	題組E	5	92	103	246	0	0	0	0	56	38	0	0	0	0	0	94	0	0	0	0	29.51%	0.298	0.596
23	題組F	5	-3-2	108	241	0	0	0	0	58	36	0	0	0	0	1	93	0	0	0	0	30.95%	0.314	0.606
27	題組G	5	2	114	235	0	0	0	0	56	38	0	0	0	0	11	83	0	0	0	0	32.66%	0.356	0.479
28	題組H	5	3-10	90	259	0	0	0	0	54	40	0	0	0	0	0	94	0	0	0	0	25.79%	0.287	0.574
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																								