

桃園市立平鎮高中 106 學年度第二學期 高二 數學科 第三次期中考試卷

適用班級：201~213

考試範圍：4-1~4-3

科目代碼： 命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班 號 姓名：

一、單選題：

說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. () 設 $\overline{BC}$ 為等腰三角形 ABC 的底邊，且 $\overline{BC}=2$ ，點 A 在以 B 為頂點， C 為焦點的一拋物線，求腰長 $\overline{AB}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

(1) $\frac{5}{2}$ (2) 3 (3) $\frac{7}{2}$ (4) 4 (5) $\frac{9}{2}$ 。

2. () 坐標平面上方程式 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的圖形與 $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的圖形共有幾個交點？

(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個

二、多重選擇題：

說明：第 3 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. () 下列二次曲線中，哪些焦點是相同的？

(1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ (2) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{10} = 1$ (3) $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ (4) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ (5) $-\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{10} = 1$

4. () 設 a, b, c 為實數，若二次函數 $x = ay^2 + by + c$ 的圖形通過 $(1, 0)$ 且與 y 軸相切，下列哪些正確？

(1) $a < 0$ (2) $b > 0$ (3) $c = 1$ (4) $b^2 + 4ac > 0$ (5) $a + b + c \geq 0$

5. () 當雙曲線的實軸長與共軛軸長相等時，我們稱此種雙曲線為等軸雙曲線。若等軸雙曲線 Γ 的一條漸近線為 $x + y = 0$ ，中心為 $(1, -1)$ ，且 Γ 通過點 $(3, 0)$ ，則關於雙曲線 Γ 的敘述，下列選項哪些是正確的？

(1) Γ 的另一條漸近線為 $x - y + 2 = 0$ (2) Γ 的兩條漸近線互相垂直 (3) Γ 的共軛軸在直線 $y = -1$ 上

(4) 點 $(1, -1 + \sqrt{3})$ 為 Γ 的一個頂點 (5) 點 $(1 - \sqrt{6}, -1)$ 為 Γ 的一個焦點。

三、選填題：

說明：第 A 至 N 題，每格完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 拋物線方程式 $x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$ ，求拋物線的正焦弦長為 $\underline{\hspace{2cm}}^{(6)}$

B. 橢圓方程式為 $2x^2 + y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$ ，求橢圓的中心坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}^{(7), (8)(9)}$

C. 雙曲線方程式 $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} = 1$ ，求雙曲線的正焦弦長為 $\underline{\hspace{2cm}}^{\frac{(10)(11)}{(12)}}$

D. 已知 F_1, F_2 是雙曲線 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦點， $\overline{PQ}$ 是經過左焦點 F_1 的弦，而且 P, Q 兩點都在此雙曲線的左支上。若 $\triangle PQF_2$ 的周長為 26，試求弦長 $\overline{PQ}$ 。 $\underline{\hspace{2cm}}^{(13)}$

E. 雙曲線的兩條漸近線為 $3x+4y-2=0, 3x-4y-10=0$ ，且一焦點坐標為 $(2, 9)$ ，則此雙曲線的方程式為

$$\frac{(y+\textcircled{14})^2}{\textcircled{15}\textcircled{16}} - \frac{(x-\textcircled{17})^2}{\textcircled{18}\textcircled{19}} = 1$$

F. 拋物線的正焦弦長兩端點為 $A(2, 5), B(2, -3)$ 且拋物線的開口向左，求拋物線方程式 $(y-\textcircled{20})^2 = \textcircled{21}\textcircled{22}(x-\textcircled{23})$

G. 求以橢圓 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦點為頂點，長軸兩端點為焦點的雙曲線方程式為 $\frac{x^2}{\textcircled{24}} - \frac{y^2}{\textcircled{25}} = 1$

H. 已知雙曲線方程式 $\frac{(x+2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ 上有一 P 點，試求 P 點到雙曲線之兩漸近線距離的乘積為 $\frac{\textcircled{26}\textcircled{27}}{\textcircled{28}\textcircled{29}}$

I. 求通過定點 $A(0, 4)$ ，且與圓 $C: x^2 + (y-2)^2 = 16$ 相切之所有圓，其圓心所成圖形的方程式為 $\frac{x^2}{\textcircled{30}} + \frac{(y-\textcircled{31})^2}{\textcircled{32}} = 1$

J. 滿足與橢圓 $\frac{(x+1)^2}{40} + \frac{(y-1)^2}{76} = 1$ 共焦點且其中一條漸近線之斜率為 $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 的雙曲線方程式為 $\frac{(y-1)^2}{\textcircled{33}\textcircled{34}} - \frac{(x+1)^2}{\textcircled{35}\textcircled{36}} = 1$

K. 已知在坐標平面上，直線 $L: y = x + 6$ 與拋物線 $\Gamma: x^2 = 8y$ 相交於 P, Q 兩點，且 F 為 Γ 焦點，求

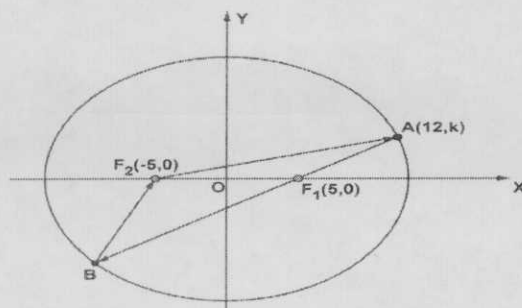
$$\overline{PF} + \overline{QF} = \textcircled{37}\textcircled{38}$$

L. 坐標平面上橢圓 Γ 的兩焦點為 $F_1(5, 0), F_2(-5, 0)$ 。

今一雷射光自點 F_2 發出，碰到橢圓上的點 $A(12, k)$ 後反射，

再經過點 F_1 到橢圓上的點 B ，又反射回到點 F_2 ，如右圖所示。

若雷射光行經的路徑總長為 52，試求：



$\textcircled{39}\textcircled{40}$

(1) k 的值為 $\textcircled{41}\textcircled{42}$

(2) 設 P 為橢圓 Γ 上一點， $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$ ，試求 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = \textcircled{43}\textcircled{44}\textcircled{45}$

M. 已知一慧星繞太陽的軌道是以太陽為焦點的橢圓，橢圓長軸的兩頂點中，距離太陽最近的點稱為近日點，距離太陽最遠的點稱為遠日點，此慧星軌道上之近日點與遠日點和太陽的距離比是 1:25，試求橢圓軌道之長軸與短軸的

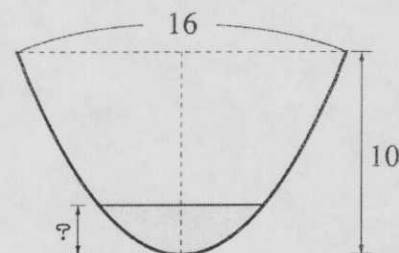
$\textcircled{46}\textcircled{47}$

長度比值為 $\textcircled{48}$

N. 如圖，拋物線形狀的花器，拋物線頂點在花器底部，花器頂部寬 16 公分，且花器頂部離底部的高度為 10 公分，今注水入此一花器至水寬為 8 公分，

$\textcircled{49}$

試求此時水面的高度 $\textcircled{50}$ 。



桃園市立平鎮高級中學 106學年第2學期 期末考二年級不限組別數學IV[20180628200050101054] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					526					高分組					142					低分組					142					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	2	325	197	0	0	0	4	121	21	0	0	0	0	41	98	0	0	0	3	61.79%	0.570	0.563												
2	單選題	5	1	328	196	0	0	0	2	110	32	0	0	0	0	43	97	0	0	0	2	62.36%	0.539	0.472												
3	多重選五	5	134	398	193	459	463	63	2	119	34	133	132	9	0	90	79	98	100	43	2	43.16%	0.394	0.451												
4	多重選五	5	345	98	229	437	331	307	9	16	44	130	88	90	1	39	81	108	92	78	3	14.83%	0.134	0.183												
5	多重選五	5	25	144	449	201	193	349	4	23	136	33	31	114	0	68	92	86	74	78	3	27.38%	0.275	0.493												
6	題組A	5	8	425	101	0	0	0	0	131	11	0	0	0	0	74	68	0	0	0	0	80.80%	0.722	0.401												
7	題組B	5	1-3	450	76	0	0	0	0	132	10	0	0	0	0	87	55	0	0	0	0	85.55%	0.771	0.317												
10	題組C	5	185	456	70	0	0	0	0	136	6	0	0	0	0	88	54	0	0	0	0	86.69%	0.789	0.338												
13	題組D	5	7	316	210	0	0	0	0	115	27	0	0	0	0	35	107	0	0	0	0	60.08%	0.528	0.563												
14	題組E	5	136264	131	395	0	0	0	0	72	70	0	0	0	0	3	139	0	0	0	0	24.90%	0.264	0.486												
20	題組F	5	1-84	240	286	0	0	0	0	100	42	0	0	0	0	20	122	0	0	0	0	45.63%	0.423	0.563												
24	題組G	5	79	399	127	0	0	0	0	129	13	0	0	0	0	60	82	0	0	0	0	75.86%	0.665	0.486												
26	題組H	5	3613	233	293	0	0	0	0	105	37	0	0	0	0	15	127	0	0	0	0	44.30%	0.423	0.634												
30	題組I	5	334	144	382	0	0	0	0	73	69	0	0	0	0	2	140	0	0	0	0	27.38%	0.264	0.500												
33	題組J	5	2016	181	345	0	0	0	0	94	48	0	0	0	0	8	134	0	0	0	0	34.41%	0.359	0.606												
37	題組K	5	24	258	268	0	0	0	0	111	31	0	0	0	0	19	123	0	0	0	0	49.05%	0.458	0.648												
39	題組L	5	6013	230	296	0	0	0	0	114	28	0	0	0	0	8	134	0	0	0	0	43.73%	0.430	0.746												
43	題組M	5	192	80	446	0	0	0	0	53	89	0	0	0	0	0	142	0	0	0	0	15.21%	0.187	0.373												
46	題組N	5	135	369	157	0	0	0	0	127	15	0	0	0	0	46	96	0	0	0	0	70.15%	0.609	0.570												
49	題組O	5	52	380	146	0	0	0	0	130	12	0	0	0	0	51	91	0	0	0	0	72.24%	0.637	0.556												
選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																																				