

桃園市立平鎮高中 107 學年度第二學期 高三 數學科 第一次期中考考試卷

適用班級：308~313

考試範圍：第 1 章(全)

命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班 號 姓名：

一、單選題：

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- (①) 將 $\frac{16241}{49950}$ 化成小數時，小數點後第 51 位數字是多少？
(1)1 (2)4 (3)3 (4)2 (5)5
- (②) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 2$ ，則 $d = ?$
(1)3 (2)-8 (3)18 (4)-13 (5)20
- (③) 極限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+2} - 2}$ 的值等於(1)0 (2)2 (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}$ (5)不存在

二、多重選擇題：

說明：第 4 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- (④) 已知 $f(x) = [2x - [x]]$ ，其中兩個 $[]$ 皆高斯符號，則下列選項哪些是正確的？
(1) $f(5.13) = 5$ (2) 極限 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ 存在 (3) 極限 $\lim_{x \rightarrow 5.5} f(x)$ 存在
(4) $y = f(x)$ 在 $x = 5$ 連續 (5) $y = f(x)$ 在 $x = 5.5$ 連續
- (⑤) 令 $f(x) = 24x^3 - 26x^2 - 13x + 10$ ，已知方程式 $f(x) = 0$ 的三個實根為 a, b, c ，且 $a < b < c$ ，請選出正確的選項為？
(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 存在 (2) a, b, c 至少有一個在 -1 與 0 之間
(3) $a, a^2, a^3, \dots, a^n, \dots$ 為收斂數列 (4) $b, b^2, b^3, \dots, b^n, \dots$ 為收斂數列
(5) $c, c^2, c^3, \dots, c^n, \dots$ 為收斂數列
- (⑥) 關於函數 $f(x) = \sqrt{(x+2)^2 + \left| \frac{x^2-1}{x+1} \right|}$ ，下列哪些選項的敘述是正確的？
(1) 點 $(0, 5)$ 在 $y = f(x)$ 的圖形上 (2) $f(x)$ 的定義域為 $\{x \mid x \neq -1\}$
(3) $f(x)$ 的值域為 $\{y \mid y \geq 3\}$ (4) 水平線 $y = 3$ 與 $y = f(x)$ 的圖形恰有兩個交點
(5) 直線 $2x - 3y + 7 = 0$ 與 $y = f(x)$ 的圖形恰有一個交點

三、選填題：

說明：第 A 至 N 題，每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 3^{n-1}}{5^{n+1}} = a$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^{n-1}}{5^{n+1}} = b$, 則數對 $(a, b) = (\text{⑦}, \frac{\text{⑧}}{\text{⑨} \text{⑩}})$

B. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{若 } x < 6 \\ f(f(x-3)), & \text{若 } x \geq 6 \end{cases}$, 則 $f(10) = \text{⑪}$

C. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2 + 5n^3} = \frac{\text{⑫}}{\text{⑬} \text{⑭}}$

D. 設 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + 5x + b}{x^2 - 1} = 3$, 則數對 $(a, b) = (\frac{\text{⑮}}{\text{⑯}}, \frac{\text{⑰} \text{⑱} \text{⑲}}{\text{⑳}})$

E. 函數 $f(x) = x^2 + 5x$, $g(x) = 3x^2 - 4x$, 求 $\lim_{x \rightarrow 1} f(g(x)) = \text{㉑} \text{㉒}$

F. 若 $n \in N$, 15^n 所有正因數和為 a_n , 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{15^n} = \frac{\text{㉓} \text{㉔}}{\text{㉕}}$

G. 設 k 為正整數, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 4^{n+1}}{2^{n+1} - 2 \cdot 4^{n+k}} = \frac{1}{8}$, 則 $k = \text{㉖}$

H. 設 x 表 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$ 的純小數部分, 則 $\sum_{n=1}^{\infty} x^n = \frac{\sqrt{\text{㉗}}}{\text{㉘}}$

I. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+n}) = \text{㉙}$

J. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)^{100} - 1}{x+2} = \text{㉚} \text{㉛} \text{㉜} \text{㉝}$

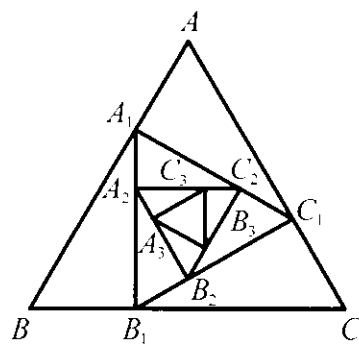
K. 設 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{當 } x \leq 1 \\ ax + b & \text{當 } 1 < x \leq 2 \\ 3x + 5 & \text{當 } x > 2 \end{cases}$, 且 $f(x)$ 在實數上為連續, 則 $(a, b) = (\text{㉞}, \frac{\text{㉟} \text{㊱} \text{㊲}}{\text{㊳}})$

L. 袋中有 2 個紅球、3 個黑球, 甲乙兩人輪流取球, 每次取一球, 取後均放回, 約定先取到紅球者獲勝, 現由甲先取球, 試求最後由乙獲勝的機率為 $\frac{\text{㉟}}{\text{㊴}}$.

M. 若 $1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} + \dots = \frac{-3x}{x+4}$, 則 $x = \frac{\text{㊵} \text{㊶}}{\text{㊷}}$

N. 如圖, 設正三角形 ABC 之一邊長為 6 公分, 今依 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 之順序將各邊分為 1:2 之點命名為 A_1, B_1, C_1 ; 其次依 $\overline{A_1B_1}$, $\overline{B_1C_1}$, $\overline{C_1A_1}$ 之順序將三角形 $A_1B_1C_1$ 之各邊分為 1:2 之點命名為 A_2, B_2, C_2 ; 再次這樣, 將三角形 $A_2B_2C_2$ 之各邊分為 1:2 之點命名為 A_3, B_3, C_3 , 重複相同的作法繼續下去, 則 $\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2, \dots$ 等三角形之面積總

和為 $\frac{\text{㊸} \text{㊹} \sqrt{\text{㊺}}}{\text{㊻}}$ 平方公分.



桃園市立平鎮高級中學 107學年第2學期 月考一三年級不限組別數學甲Ⅱ[20190327300010101056] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					225					高分組					61					低分組					61					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	5	135	88	0	0	0	0	2	46	15	0	0	0	0	23	36	0	0	0	2	60.00%	0.566	0.377											
2	單選題	5	2	185	39	0	0	0	0	1	58	3	0	0	0	0	39	22	0	0	0	0	82.22%	0.795	0.311											
3	單選題	5	4	112	113	0	0	0	0	0	37	24	0	0	0	0	15	46	0	0	0	0	49.78%	0.426	0.361											
4	多重選五	5	124	200	153	126	127	85	1	57	44	28	39	23	1	53	37	45	27	29	0	31.56%	0.262	0.361												
5	多重選五	5	234	42	211	148	171	64	1	5	60	39	52	14	1	22	51	35	41	25	0	40.89%	0.385	0.311												
6	多重選五	5	235	34	163	180	120	141	0	9	47	52	24	39	0	15	42	44	37	38	0	21.33%	0.254	0.213												
7	題組A	5	0710	44	181	0	0	0	0	23	38	0	0	0	0	1	60	0	0	0	0	0	19.56%	0.197	0.361											
11	題組B	5	7	119	106	0	0	0	0	40	21	0	0	0	0	25	36	0	0	0	0	0	52.89%	0.533	0.246											
12	題組C	5	115	146	79	0	0	0	0	48	13	0	0	0	0	20	41	0	0	0	0	0	64.89%	0.557	0.459											
15	題組D	5	12-112	131	94	0	0	0	0	48	13	0	0	0	0	8	53	0	0	0	0	0	58.22%	0.459	0.656											
21	題組E	5	-4	182	43	0	0	0	0	57	4	0	0	0	0	32	29	0	0	0	0	0	80.89%	0.730	0.410											
23	題組F	5	158	16	209	0	0	0	0	9	52	0	0	0	0	0	61	0	0	0	0	0	7.11%	0.074	0.148											
26	題組G	5	2	146	79	0	0	0	0	47	14	0	0	0	0	22	39	0	0	0	0	0	64.89%	0.566	0.410											
27	題組H	5	22	124	101	0	0	0	0	48	13	0	0	0	0	12	49	0	0	0	0	0	55.11%	0.492	0.590											
29	題組I	5	2	114	111	0	0	0	0	47	14	0	0	0	0	20	41	0	0	0	0	0	50.67%	0.549	0.443											
30	題組J	5	-100	90	135	0	0	0	0	34	27	0	0	0	0	7	54	0	0	0	0	0	40.00%	0.336	0.443											
34	題組K	5	8-5	128	97	0	0	0	0	43	18	0	0	0	0	14	47	0	0	0	0	0	56.89%	0.467	0.475											
37	題組L	5	38	57	168	0	0	0	0	30	31	0	0	0	0	4	57	0	0	0	0	0	25.33%	0.279	0.426											
39	題組M	5	-23	134	91	0	0	0	0	48	13	0	0	0	0	16	45	0	0	0	0	0	59.56%	0.525	0.525											
42	題組N	5	2732	110	115	0	0	0	0	40	21	0	0	0	0	11	50	0	0	0	0	0	48.89%	0.418	0.475											

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤