

桃園市立平鎮高級中等學校 107 學年度第二學期 高三數學科 畢業考試卷

適用班級：301~307

考試範圍：數學乙(下)1-1~1-2

試卷張數：題目卷 2 張 3 頁

填答方式：答案卡（班號請務必劃記清楚）

答題說明：1~6 多選題，每題 5 分；A~N 為填充題每題 5 分

() 1. 請選出正確的選項？

(1) 若數列 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 均為收斂數列，則 $\langle a_n + b_n \rangle$ 為收斂數列

(2) 若無窮數列 $\langle a_n \times b_n \rangle$ 為收斂數列，但 $\langle a_n \rangle$ 為發散數列，則 $\langle b_n \rangle$ 為發散數列

(3) 若 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 均發散，則 $\langle a_n \times b_n \rangle$ 亦可能收斂

(4) 設 $\langle a_n \rangle$ 為無窮數列，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ，則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 為收斂

(5) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > 0$ 成立，則數列 $\langle a_n \rangle$ 中只有有限項滿足 $a_n < 0$ 。

() 2. 下列無窮數列，哪些是收斂數列？

(1) $\langle (1.01)^n - 1 \rangle$ (2) $a_n = \frac{4^n + 2^n}{6^n}$ (3) $\langle (\frac{1}{\sqrt{2}+1})^n \rangle$

(4) $\langle \frac{(-1)^n + 1^n}{2} \rangle$ (5) $a_n = 2 + (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$ 。

() 3. 設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ 是一公比為 $\frac{1}{3}$ 的無窮等比數列且 $a_1 = 1$ ，試問以下哪些數列會收斂？

(1) $-a_1, -a_2, -a_3, \dots, -a_n, \dots$ (2) $2a_1, 2a_2, 2a_3, \dots, 2a_n, \dots$ (3) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}, \dots$

(4) $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \dots, \sqrt{a_n}, \dots$ (5) $\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n, \dots$ 。

() 4. 下列式子哪些是正確的？

(1) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots = 0$

(2) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \dots + (\frac{-1}{\sqrt{2}})^{n-1} + \dots = \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}$

(3) $1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \dots + (-2)^{n-1} + \dots = \frac{1}{1 - (-2)}$

(4) $(\frac{2}{1} - \frac{3}{2}) + (\frac{3}{2} - \frac{4}{3}) + (\frac{4}{3} - \frac{5}{4}) + \dots + (\frac{n+1}{n} - \frac{n+2}{n+1}) + \dots = \frac{2}{1}$

(5) $0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots + 0.00 \dots 09(n-1 \text{ 個 } 0) + \dots = 1$ 。

() 5. 選出正確的選項？

(1) $0.\overline{343}$ 是無理數

(2) $0.\overline{34} > \frac{1}{3}$

(3) $0.\overline{34} = 0.\overline{343} > 0.3\overline{43}$

(4) $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$

(5) $0.\overline{34}$ 是一個首項為 0.34，公比為 0.01 的無窮等比級數。

() 6. 對於所有正整數 n ，下列何者恆成立？

(1) $2^n \geq 2n+1$

(2) $n^2 + n + 11$ 恆為質數

(3) $1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$

(4) $5^n \geq 3^n + 4^n$

(5) $3^n \geq 3n$ 。

*若該題答案為分數一律化為最簡分數作答~

A. 設 a, b 為實數，且滿足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 6}{3n - 2} = 5$ ，則 $a + b = \frac{\textcircled{7} \times \textcircled{8}}{\textcircled{12}}$ 。

B. 設 a, b 為實數，且已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + bn}{n-1} - \frac{an^2 + n}{n+3} \right) = 4$ ，求數對 $(a, b) = (\textcircled{9}, \textcircled{10})$ 。

C. 已知 $a_n = \frac{2}{n^3}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\textcircled{11}}{\textcircled{12}}$ 。

D. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 為收斂數列，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n + 2}{5a_n - 1} = 2$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}}$ 。

E. 設 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列。已知 $a_2 + a_4 + a_6 = 195$ ， $a_3 + a_7 = 118$ ，令 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ，

則極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \frac{\textcircled{15} \times \textcircled{16}}{\textcircled{12}}$ 。

F. 若數列 $\frac{1}{3n+5}, \frac{6}{3n+5}, \frac{11}{3n+5}, \dots, \frac{5n-4}{3n+5}$ 為等差數列，且這 n 項的算術平均數為 a_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\textcircled{17}}{\textcircled{18}}$ 。

G. 有一個皮球從 12 公尺的高處落下，每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{2}{5}$ ，試問此皮球自落下至停止時所經過的路徑

總長為 $\frac{\textcircled{19} \times \textcircled{20}}{\textcircled{12}}$ 公尺。

H. 將 $\frac{16241}{49950}$ 化成小數時，小數點後第 67 位數字是？ 21。

I. 無窮數列 $\frac{2x}{1-x} + \left(\frac{2x}{1-x}\right)^2 + \left(\frac{2x}{1-x}\right)^3 + \dots + \left(\frac{2x}{1-x}\right)^n + \dots$ 為收斂級數，則實數 x 的範圍是 22 23 $< x < \frac{24}{25}$ 。

J. 同上題，若此級數和為 $\frac{-2x-4}{x+8}$ ，則 $x = \frac{26 27}{28}$ 。

K. 設無窮等比級數 $2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \dots$ 的和為 S ，其首 n 相的和為 S_n ，且滿足 $|S - S_n| < \frac{1}{1000}$ ，則 n 的最小值為 29 30。

L. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - 1}{7^n} = \frac{31}{32 \cdot 33}$ 。

M. 無窮等比級數 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3} + \frac{\sqrt{3}}{3+3\sqrt{3}} + \dots$ 的和為？ $\frac{34}{35}$ 。

N. 已知一圓 C_1 的半徑為 10，做圓 C_1 的內接正方形 S_1 ，再作正方形 S_1 的內接圓 C_2 ，再作圓 C_2 的內接正方形 S_2 ，如此繼續……，可得一無窮數列 $C_1, C_2, C_3, \dots$ ，則所有圓面積總和為？ 36 37 38 π 。

桃園市立平鎮高級中學 107 學年第 2 學期 期末考三年級第一類組數學乙 II [20190502301050101058] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體						高分組						低分組						全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未			
1	多重選五	5	135	228	57	164	220	118	0	71	11	46	53	32	0	47	26	47	53	36	0	6.71%	0.094	0.013
2	多重選五	5	235	97	254	252	86	137	0	11	77	78	15	39	0	42	53	54	34	36	0	20.81%	0.213	0.300
3	多重選五	5	124	261	256	61	238	96	1	80	79	1	74	17	0	52	51	34	56	38	0	44.97%	0.438	0.550
4	多重選五	5	25	80	243	132	71	229	0	4	78	17	11	70	0	45	44	42	32	52	0	30.20%	0.338	0.600
5	多重選五	5	2345	59	279	224	223	155	1	6	78	73	72	60	0	34	64	51	38	25	1	30.54%	0.325	0.575
6	多重選五	5	35	54	199	227	72	272	1	11	47	70	18	79	0	18	56	50	28	58	1	17.11%	0.175	0.175
7	題組A	5	15	220	78	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0	15	65	0	0	0	0	73.83%	0.594	0.813
9	題組B	5	11	155	143	0	0	0	0	71	9	0	0	0	0	6	74	0	0	0	0	52.01%	0.481	0.813
11	題組C	5	23	170	128	0	0	0	0	75	5	0	0	0	0	10	70	0	0	0	0	57.05%	0.531	0.813
13	題組D	5	47	152	146	0	0	0	0	76	4	0	0	0	0	5	75	0	0	0	0	51.01%	0.506	0.888
15	題組E	5	-3	90	208	0	0	0	0	60	20	0	0	0	0	1	79	0	0	0	0	30.20%	0.381	0.738
17	題組F	5	56	115	183	0	0	0	0	67	13	0	0	0	0	3	77	0	0	0	0	38.59%	0.438	0.800
19	題組G	5	28	114	184	0	0	0	0	65	15	0	0	0	0	5	75	0	0	0	0	38.26%	0.438	0.750
21	題組H	5	1	138	160	0	0	0	0	56	24	0	0	0	0	15	65	0	0	0	0	46.31%	0.444	0.513
22	題組I	5	-113	136	162	0	0	0	0	76	4	0	0	0	0	1	79	0	0	0	0	45.64%	0.481	0.938
26	題組J	5	-12	120	178	0	0	0	0	66	14	0	0	0	0	1	79	0	0	0	0	40.27%	0.419	0.813
29	題組K	5	22	56	242	0	0	0	0	43	37	0	0	0	0	1	79	0	0	0	0	18.79%	0.275	0.525
31	題組L	5	712	137	161	0	0	0	0	73	7	0	0	0	0	0	80	0	0	0	0	45.97%	0.456	0.913
34	題組M	5	32	134	164	0	0	0	0	65	15	0	0	0	0	4	76	0	0	0	0	44.97%	0.431	0.763
36	題組N	5	200	131	167	0	0	0	0	69	11	0	0	0	0	1	79	0	0	0	0	43.96%	0.438	0.850

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤