

適用班級: 201~213

考試範圍: 第四冊第四章

試卷張數: 4 頁(題目卷、一張答案卡)

出題老師: 阿廖 (百威)

第一部分: 選擇題

壹、單一選擇題(每題 5 分, 不倒扣)

1. 設有一拋物線的焦點為 $(2, 1)$, 準線為 $x + 2 = 0$, 若點 $(8, k)$ 在拋物線上,其中 $k > 0$, 則 k 值為何?

- (1) 9 (2) 8 (3) 7 (4) 6 (5) 5

2. 魁地奇是電影「哈利波特」中虛構的一種空中球賽, 它的球場為橢圓形, 如圖,

已知長軸長為 500 呎, 短軸長 180 呎, 求兩個焦點之間的距離?

- (1) 320 (2) 160 (3) $80\sqrt{34}$

- (4) $40\sqrt{34}$ (5) $40\sqrt{177}$

3. 過拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 焦點 F 的直線與拋物線 Γ 相交於 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 兩點, 已知 $x_1 + x_2 = 6$, 求弦長 AB ?

- (1) 9 (2) 8 (3) 7 (4) 6 (5) 5

4. 求拋物線 $y^2 = 9x$ 上的點與直線 $3x - 4y + 22 = 0$ 最短的距離為何?

- (1) 6 (2) 5 (3) 4 (4) 3 (5) 2

5. 阿廖為了不換球, 特製一個橢圓形足球場, 如圖(一), 其中 F_1, F_2 為焦點, 由橢圓的光學性質得知,若一光線從任一焦點出發 (例如 F_1), 經由橢圓反射之後, 必經過另一焦點 (F_2).現先將一球置於焦點處 (F_1 或 F_2 均可), 用腳踢出此球, 若此球經過兩次反彈之後會回到原來放置的焦點處,如此阿廖就可以重複練習, 如圖(二). 設此橢圓球場的方程式為 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$, 則此球往返的距離為多少單位?(兩次由 F_1 出發經過兩次反彈後, 第一次又回到 F_1 所行總的距離)

- (1) $4\sqrt{61}$

- (2) 24

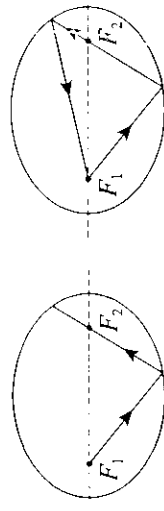
- (3) 20

- (4) 12

- (5) 10



圖(一)



圖(二)

6. 在坐標平面上, 請問: 橢圓 $(x-1)^2 + 2y^2 = 25$ 與雙曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的交點個數為何?

- (1) 0

- (2) 1

- (3) 2

- (4) 3

- (5) 4

7. 設橢圓 $\Gamma_1: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{n} = 1$ 與雙曲線 $\Gamma_2: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 共焦點, 焦點為 F_1, F_2 , 且 P 為兩圖形的交點之一,求 $\cos \angle F_1 P F_2 = ?$

- (1) $\frac{1}{2}$

- (2) $\frac{1}{3}$

- (3) $\frac{2}{3}$

- (4) $\frac{1}{6}$

- (5) $\frac{5}{6}$

適用班級:201~213

考試範圍:第四冊第四章

試卷張數:4 頁題目卷、一張答案卡

出題老師:阿廖 (右區)



貳、多重選擇題

(每題全對 5 分, 錯一個選項可得 3 分, 錯兩個選項可得 1 分, 錯三個或三個以上不給分)

8. 如右圖, 以 $O(0,0)$ 為圓心, 半徑為 1, 2, 3 畫三個同心圓, 以 $P(4,0)$ 為圓心,

半徑為 1, 2, 3, 畫四個同心圓, 若 A, B, C, D, E, F 在某一個橢圓上,

則關於該橢圓, 下列哪些選項是正確的?

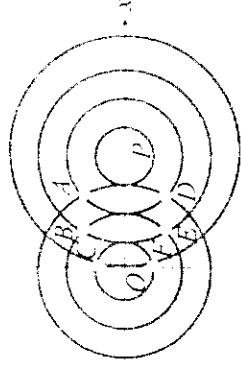
(1) 中心為 $(2,0)$

(2) 長軸長為 4

(3) 短軸長為 3

(4) $(4,0)$ 為其焦點

(5) $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ 為其頂點



9. 已知 $\left|\sqrt{x^2 + (y-1)^2} - \sqrt{x^2 + (y-5)^2}\right| = 2$ 的圖形是一個雙曲線, 關於此雙曲線, 選出正確的選項:

(1) 實軸長為 2

(2) 有一個頂點為 $(0,4)$

(3) 實軸在直線 $y=3$ 上

(4) 有一漸近線的斜率為 $\sqrt{3}$

(5) 中心為 $(0,0)$

10. 設一橢圓的長軸平行於 x 軸, 中心為 $(1,2)$ 且通過點 $(4,6)$, 試問下列哪此點一定會在這個圓上?

(1) $(-2, -2)$

(2) $(-2, 6)$

(3) $(4, -2)$

(4) $(5, 6)$

(5) $(1, 6)$

11. 若坐標平面上三點 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$, $P(x, y)$, 則下列敘述哪些是正確的?

(1) 若 $\overline{PA} + \overline{PB} = 6$, 則 P 點的軌跡是一個圓

(2) 若 $\overline{PA} + \overline{PB} = 6$, 則 P 點的軌跡是一個橢圓

(3) 若 $\overline{PA} + \overline{PB} = 4$, 則 P 點的軌跡是一個線段

(4) 若 $\overline{PA} = \overline{PB}$, 則 P 點的軌跡是一條直線

(5) 若 $\overline{PA} - \overline{PB} = 3$, 則 P 點的軌跡是雙曲線的一支



12. 設拋物線 $y^2 = 4x + 2y + 7$ ，下列各選項哪些為真？

- (1) 對稱軸為 $x + 2 = 0$
- (2) 頂點 $(-2, 1)$
- (3) 焦點 $(1, 1)$
- (4) 準線 $x = 3$
- (5) 正焦弦長為 4

13. 關於雙曲線 $(x - 2y - 1)(x + 2y - 1) = 4$ ，選出下列正確的選項？

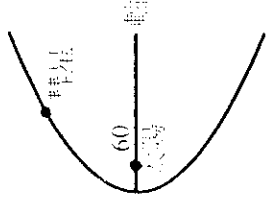
- (1) 中心為 $(1, 0)$
- (2) 實軸所在的直線為 $x = 1$
- (3) 共軛軸所在的直線為 $y = 0$
- (4) 直線 $x - 2y = 1$ 為雙曲線的一條漸近線
- (5) 雙曲線上任一點到兩漸近線的距離乘積為 $\frac{4}{5}$

第二部分：選填題(每題全對 5 分，答錯不倒扣)

A. 如圖，某彗星的軌道為一拋物線，太陽位於焦點處，

且當彗星與太陽的距離為 4 百萬公里時，兩者連線與拋物線的軸成 60° 。

問：當彗星與太陽的連線垂直於拋物線的軸時，兩者的距離為 ⑬ 百萬公里。

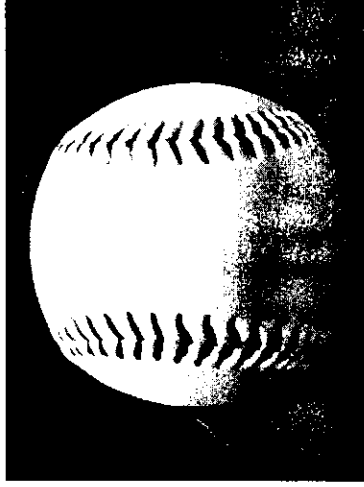


B. 已知拋物線 $y^2 = 4cx$ ， $c > 0$ ，且拋物線上一點 $P(3, m)$ 到焦點 F 的距離為 5，求 $c =$ ⑮。

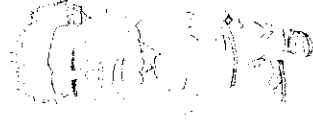
C. 平鎮棒球隊稱霸全國，敬請帶過美術班的氣質老師阿廖幫忙設計棒球 *logo*。如圖，阿廖利用圓與雙曲線畫出，

已知圓方程式: $x^2 + y^2 = 25$ 、雙曲線方程式: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ，其中 A, B 為雙曲線的焦點， P 為圓與雙曲線之交點，

O 為原點，求 ΔPAB 的面積 ⑯⑰。

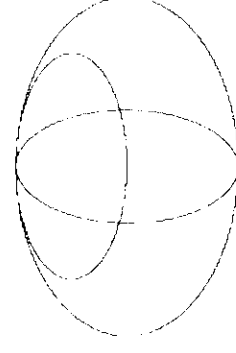


- D. 若 $\Gamma_1: \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$, $\Gamma_2: \frac{y^2}{c} - \frac{x^2}{d} = 1$ 皆以 $A(0,3)$ 與 $B(0,-3)$ 為兩焦點, P 為 Γ_1 、 Γ_2 之一個交點, 且 $\overline{PF} = 3$, $\overline{PB} = 7$, 其中 a 、 b 、 c 、 d 皆為正數, 則 $a+b+c+d = \textcircled{18} \textcircled{19}$.



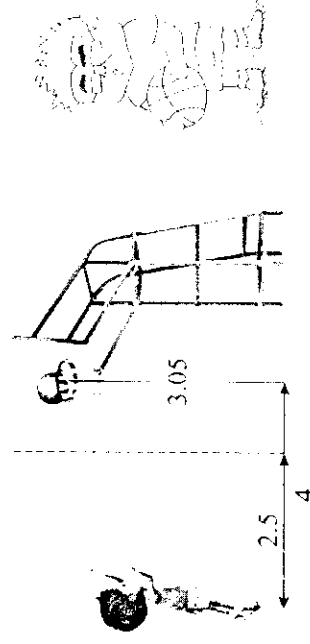
- E. 阿廖最近買了一輛「T」牌的汽車, 阿廖用三個橢圓方程式在直角坐標上畫了「T」牌標誌, 如圖,

這三個方程式分別為 $\Gamma_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, $\Gamma_2: \frac{x^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{m} = 1$, $\Gamma_3: \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{n} = 1$,



聰明的你(妳)請幫忙推測出 m 、 n , 最後求出 $m+n = \textcircled{20}$.

- F. 上次段考, 我們都了解阿廖的投篮率為 0.75. 現在我們來分析阿廖高中時的投籃狀況。如下圖, 籃圈中心到地面的距離為 3.05 公尺, 身高 1.7 公尺的阿廖在距離籃下 4 公尺處跳起投篮, 球經過的路線是拋物線, 在這次跳投中, 球在頭頂上方 0.25 公尺處出手, 且當球飛行的水平距離為 2.5 公尺時, 達到最大高度 3.5 公尺, 然後空心進籃。問: 球出手時, 阿廖跳離地面的高度是 $0.\textcircled{21}$ 公尺。



- G. 已知雙曲線的實軸長為 6, F_1 、 F_2 為雙曲線的焦點, 焦弦 $\overline{AB}$ 經過焦點 F_1 , 且 $\overline{AF_2}$ 、 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BF_2}$ 形成一等差數列,

求 $\overline{AB}$ 長 $\textcircled{22} \textcircled{23}$.

桃園市立平鎮高級中學 107 學年第 2 學期期末考三年級不限組別數學 IV [2019062720050101054] 全體考生 試題分析表

題 號	題 型	題分	標準答案	全體					523					141					低分組					全體答 對率	題易 指數	鑑別 指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未					
1	單選題	5	1	323	199	0	0	0	1	124	17	0	0	0	0	44	96	0	0	0	1	61.76%	0.596	0.567		
2	單選題	5	3	329	193	0	0	0	1	109	32	0	0	0	0	63	77	0	0	0	1	62.91%	0.610	0.326		
3	單選題	5	2	298	221	0	0	0	4	122	19	0	0	0	0	40	99	0	0	0	2	56.98%	0.574	0.582		
4	單選題	5	5	232	283	0	0	0	8	105	36	0	0	0	0	28	111	0	0	0	2	44.36%	0.472	0.546		
5	單選題	5	2	443	79	0	0	0	1	138	3	0	0	0	0	78	62	0	0	0	1	84.70%	0.766	0.426		
6	單選題	5	4	213	307	0	0	0	3	90	51	0	0	0	0	20	120	0	0	0	1	40.73%	0.390	0.496		
7	單選題	5	4	175	340	0	0	0	8	96	42	0	0	0	3	8	131	0	0	0	2	33.46%	0.369	0.624		
8	多重選題	5	1345	471	122	279	404	298	2	140	8	87	127	96	0	108	75	72	77	63	1	24.67%	0.241	0.440		
9	多重選題	5	12	460	438	136	215	44	2	136	130	22	32	2	0	102	98	70	97	33	1	42.83%	0.372	0.532		
10	多重選題	5	123	440	475	481	60	88	2	132	137	137	2	8	0	90	109	116	47	63	1	69.60%	0.589	0.610		
11	多重選題	5	45	159	191	126	421	420	3	30	25	14	130	129	0	50	95	73	93	98	1	30.98%	0.301	0.532		
12	多重選題	5	25	130	472	88	73	458	4	16	136	6	4	136	0	74	111	63	55	96	1	60.23%	0.504	0.596		
13	多重選題	5	145	416	155	172	447	315	5	130	16	20	132	96	1	95	84	87	104	77	2	32.89%	0.316	0.475		
14	題組A	5	2	381	142	0	0	0	0	122	19	0	0	0	0	71	70	0	0	0	0	72.85%	0.684	0.362		
15	題組B	5	2	358	165	0	0	0	0	132	9	0	0	0	0	38	103	0	0	0	0	68.45%	0.603	0.667		
16	題組C	5	16	130	393	0	0	0	0	65	76	0	0	0	0	12	129	0	0	0	0	24.86%	0.273	0.376		
18	題組D	5	50	280	243	0	0	0	0	121	20	0	0	0	0	11	130	0	0	0	0	53.54%	0.468	0.780		
20	題組E	5	5	335	188	0	0	0	0	126	15	0	0	0	0	44	97	0	0	0	0	64.05%	0.603	0.582		
21	題組F	5	3	180	343	0	0	0	0	74	67	0	0	0	0	29	112	0	0	0	0	34.42%	0.365	0.319		
22	題組G	5	12	242	281	0	0	0	0	105	36	0	0	0	0	29	112	0	0	0	0	46.27%	0.475	0.539		

選擇題或五選題以上多題以(或A)表示為正確或B(或C)表示為錯誤

選擇題或五選題以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤