

桃園市立平鎮高中 108 學年度第一學期 高二 數學科 期末考試卷

適用班級：201~213

考試範圍：第三章

科目代碼： 命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班 號 姓名：

一、單選題：

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. (①) 已知向量 $\vec{a} = (2, -3)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, 若 $5\vec{u} - 3\vec{v} = -2\vec{a}$, $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{b}$, 求 $|\vec{u} + \vec{v}| =$ _____

(1) $2\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{5}$ (4) $3\sqrt{5}$ (5) $2\sqrt{7}$

2. (②) 設點 $A(-2, 5)$, $B(12, 47)$, 則 $\overline{AB}$ 上有 _____ 個格子點。(格子點：x, y 坐標都是整數的點)

(1) 9 (2) 11 (3) 13 (4) 15 (5) 17

3. (③) 兩直線 $L_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=3+2t \end{cases}, t \in R, L_2: x-3y=2$, 若 L_1, L_2 的交角為 θ , 則 $\sin \theta =$ _____

(1) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (3) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (4) $\frac{7\sqrt{3}}{10}$ (5) $\frac{3\sqrt{3}}{10}$

二、多重選擇題：

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. (④) 對於 $\triangle ABC$, 已知 $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, 且 $\vec{GA} = 2$, $\vec{GB} = 6$, $\vec{GC} = 2\sqrt{7}$, 試問下列何者真確?

(1) $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ (2) $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = -6\sqrt{3}$ (3) $\angle AGB = 150^\circ$

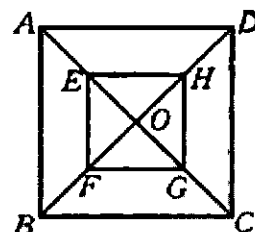
(4) $|\vec{GA} + 2\vec{GB} + 3\vec{GC}| = 2\sqrt{13}$ (5) $\triangle ABC$ 的面積為 $9\sqrt{3}$ 。

5. (③) 如右圖所示，O 為正方形 ABCD 對角線的交點，且 E, F, G, H 分別為線段

$\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 的中點，試問下列選項哪些是正確的？

(1) $\vec{AB} = 2\vec{FE}$ (2) $\vec{AB} + \vec{BF} + \vec{FE} = \vec{GC}$ (3) $(\vec{AB} - \vec{CB}) \cdot \vec{DB} = 0$

(4) $\vec{FE} + \vec{FG} = \vec{BO}$ (5) $\vec{AB} + \vec{BC} = 4\vec{OE}$



6. (⑥) $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AC} = 2$, $\overline{AB} = 3$, O 為 $\triangle ABC$ 之外心, $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 則下列何者正確?

(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3$ (2) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = 9$ (3) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$ (4) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影長度為 $\sqrt{3}$

(5) 數對 $(x, y) = (\frac{4}{9}, \frac{1}{6})$

7. (⑦) 下列有關行列式的敘述, 哪些選項是正確的?

(1) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{vmatrix} = k^2 \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} 2017 & 2018 \\ 2019 & 2020 \end{vmatrix} = -2$ (3) $\begin{vmatrix} a & b \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a-2 & b-3 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} \sqrt{2}+\sqrt{3} & \sqrt{3}+\sqrt{4} \\ \sqrt{4}+\sqrt{5} & \sqrt{5}+\sqrt{6} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \sqrt{4} & \sqrt{5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \sqrt{5} & \sqrt{6} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{4} \\ \sqrt{4} & \sqrt{5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{3} & \sqrt{4} \\ \sqrt{5} & \sqrt{6} \end{vmatrix}$ (5) 若 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$, 則 $\begin{vmatrix} -3a+4b & b \\ -3c+4d & d \end{vmatrix} = -15$

三、選填題：

說明：第 A 至 M 題，每格完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

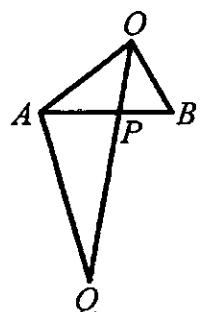
A. 已知 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$, 若 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (2\vec{a} + t\vec{b})$, 求 $t = \frac{\text{⑧⑨}}{\text{⑩}}$

B. 已知 $A(-1, 1)$, $B(3, 2)$, $C(-2, 4)$ 為坐標平面上三點, 設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 且 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$, 求向量 $\overrightarrow{AP}$ 之終點 P 所形成區域的面積 $\frac{\text{⑪⑫⑬}}{\text{⑭⑮}}$ 。

C. 已知 $\triangle ABC$ 是邊長為 5 的正三角形, M 為 $\overline{BC}$ 的中點, 求 $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AM}) \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\text{⑭⑮}}{\text{⑯}}$

D. 設 $A(1, k)$, $B(-3, 2)$, $C(3, 5)$ 為坐標平面上三點, O 為原點, 若向量 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 在向量 $\overrightarrow{OC}$ 上的正射影相同, 求 $k = \frac{\text{⑰⑱}}{\text{⑲}}$ 。

E. 如右圖, 在 $\triangle OAB$ 中, P 在 $\overline{AB}$ 上, 且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 2$, Q 在 $\overline{OP}$ 的延長線上滿足 $\triangle OAQ$ 面積為 $\triangle OAB$ 面積的兩倍。設 $\overrightarrow{OQ} = r\overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{OB}$, 求 $r + s = \frac{\text{⑳㉑}}{\text{㉒}}$ 。



F. 坐標平面中 $A(a,3), B(16,b), C(19,12)$ 三點共線，已知 C 不在 A, B 之間，且 $\overline{AC}:\overline{BC}=4:1$ ，

求數對 $(a,b) = \left(\textcircled{23}, \frac{\textcircled{24}\textcircled{25}}{\textcircled{26}} \right)$

G. 求 $3x+4y+1=0$ 與 $5x-12y+6=0$ 之鈍角平分線方程式為 $ax+by+43=0$ ，求數對 $(a,b) = \left(\textcircled{27}\textcircled{28}, \textcircled{29}\textcircled{30} \right)$

H. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=4$ ， $\overline{AC}=6$ ， $\overline{BC}=8$ ， D 為 $\overline{AC}$ 的中點，求中線 $\overline{BD} = \sqrt{\textcircled{31}\textcircled{32}}$

I. 已知 x, y 為實數，且 $2x^2+3y^2=20$ ，求 $2x+3y$ 的最大值為 $\textcircled{33}\textcircled{34}$

J. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=8$ ， $\overline{BC}=7$ ， $\overline{CA}=6$ ， $\angle BAC$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ，設 I 為 $\triangle ABC$ 的內心，且 $\overrightarrow{AI}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$ ，

求 $s = \frac{\textcircled{35}}{\textcircled{36}\textcircled{37}}$

K. 給定平面上三點 $A(-6,-2)$ ， $B(9,3)$ ， $C(1,2)$ 。若有第四點和此三點形成一菱形，則第四點的坐標為

$\left(\textcircled{38}, \textcircled{39}\textcircled{40} \right)$

L. x, y 之聯立方程式 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 恰一組解 $(x,y)=(2,-3)$ ，則 $\begin{cases} 3b_1x-2a_1y=6c_1 \\ 3b_2x-2a_2y=6c_2 \end{cases}$ 之解 $(x,y) = \left(\textcircled{41}\textcircled{42}, \textcircled{43}\textcircled{44} \right)$

M. 平面上有三個向量， $\overrightarrow{a}=(1,t)$ ， $\overrightarrow{b}=(10,5)$ ， $\overrightarrow{c}=(4,4t)$ ，其中 $t>0$ ，若此三個向量的長度 $|\overrightarrow{a}|, |\overrightarrow{b}|, |\overrightarrow{c}|$ 成等差數列，

則 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}, \overrightarrow{a}+\overrightarrow{c}$ 所張成的平行四邊形面積為 $\textcircled{45}\textcircled{46}\sqrt{\textcircled{47}\textcircled{48}} - \textcircled{49}\textcircled{50}$

桃園市立平鎮高級中學 108學年第1學期 期末考二年級不限組別數學Ⅲ[20200113200050101053] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					498					高分組					134					低分組					134					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	3	338	155	0	0	0	5	109	25	0	0	0	0	72	61	0	0	0	1	67.87%	0.675	0.276												
2	單選題	5	4	263	232	0	0	0	3	94	39	0	0	0	1	49	84	0	0	0	1	52.81%	0.534	0.336												
3	單選題	5	1	258	236	0	0	0	4	118	16	0	0	0	0	28	103	0	0	0	3	51.81%	0.545	0.672												
4	送分題	5	.	0	490	0	0	0	8	0	134	0	0	0	0	0	133	0	0	0	1	100.00%	1.000	0.000												
5	多重選五	5	234	201	405	365	338	108	0	37	125	113	102	11	0	75	88	89	72	49	0	24.50%	0.243	0.276												
6	多重選五	5	35	102	262	360	244	349	14	5	55	105	50	115	1	46	69	87	81	85	4	13.86%	0.175	0.291												
7	多重選五	5	245	28	449	96	277	420	1	2	126	23	77	120	1	18	113	39	72	98	0	33.13%	0.310	0.172												
8	題組A	5	-53	229	269	0	0	0	0	102	32	0	0	0	0	14	120	0	0	0	0	45.98%	0.433	0.657												
11	題組B	5	130	166	332	0	0	0	0	86	48	0	0	0	0	7	127	0	0	0	0	33.33%	0.347	0.590												
14	題組C	5	454	169	329	0	0	0	0	90	44	0	0	0	0	10	124	0	0	0	0	33.94%	0.373	0.597												
17	題組D	5	-25	267	231	0	0	0	0	115	19	0	0	0	0	9	125	0	0	0	0	53.61%	0.463	0.791												
20	題組E	5	103	154	344	0	0	0	0	85	49	0	0	0	0	10	124	0	0	0	0	30.92%	0.354	0.560												
23	題組F	5	7394	300	198	0	0	0	0	121	13	0	0	0	0	25	109	0	0	0	0	60.24%	0.545	0.716												
27	題組G	5	64-8	177	321	0	0	0	0	97	37	0	0	0	0	10	124	0	0	0	0	35.54%	0.399	0.649												
31	題組H	5	31	138	360	0	0	0	0	71	63	0	0	0	0	5	129	0	0	0	0	27.71%	0.284	0.493												
33	題組I	5	10	272	226	0	0	0	0	115	19	0	0	0	0	38	96	0	0	0	0	54.62%	0.571	0.575												
35	題組J	5	821	160	338	0	0	0	0	90	44	0	0	0	0	12	122	0	0	0	0	32.13%	0.381	0.582												
38	題組K	5	2-1	274	224	0	0	0	0	113	21	0	0	0	0	37	97	0	0	0	0	55.02%	0.560	0.567												
41	題組L	5	-6-6	268	230	0	0	0	0	116	18	0	0	0	0	24	110	0	0	0	0	53.82%	0.522	0.687												
45	題組M	5	501925	29	469	0	0	0	0	26	108	0	0	0	0	0	134	0	0	0	0	5.82%	0.097	0.194												
											選擇題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確 2(或B) 表示作答錯誤																									

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤