

桃園市平鎮高中 108 學年度第二學期第一次期中考高一數學考卷

※ 基本資料劃記不清楚電腦無法判讀扣 2 分

適用班級:101~114 姓名: 座號:

一、單選題 (占 25 分)

說明: 第 1 題至第 5 題, 每題有 5 個選項, 其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者, 得 5 分; 答錯、未作答或畫記多於一個選項者, 該題以零分計算。

1. () 關於數列 $\langle a_n \rangle$, 已知 $a_1 = 3$ 且 $a_{n+1} = a_n + 5$, 對於所有正整數 n 都成立, 則 $a_{10} =$ (1)38 (2)48 (3)58 (4)68 (5)78

2. () 滿足數列: 1, 2, 6, 15, ... 之前四項的遞迴關係式可表示為 (1) $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ (2B) $a_n = a_{n-1} + 3n - 2$ (3) $a_n = a_{n-1} + 3n - 5$ (4) $a_n = a_{n-1} + (n-1)^2$ (5) $a_n = a_{n-1} + 2^{2n-4}$

3. () 已知一等比級數的公比為 $\frac{1}{2}$, 第 8 項為 $\frac{2}{3}$, 則此等比級數前 8 項之和為 (1)85 (2)95 (3)170 (4)180 (5)190

4. () 對全班 45 人作喝飲料習慣的調查, 發現習慣半糖 (糖份減半) 的有 30 人, 習慣去冰 (不加冰塊) 的有 25 人。問: 該班喝飲料的習慣是半糖且去冰者最多有 a 人, 最少有 b 人, 則 $a + b = ?$ (1)30 (2)35 (3)40 (4)45 (5)50

5. () 下列何者為錯

(1) 數列 $\left\langle \frac{n^2+2}{2n-1} \right\rangle$ 的第 5 項為 3。

(2) 數列 4, 6, 9 是等比數列。

(3) 數列 5, 5, 5 既是等差數列也是等比數列。

(4) 若數列 $\langle a_n \rangle$ 遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 2, \\ a_n = 2a_{n-1} \end{cases} (n \geq 2)$, 則 $a_4 = 8$ 。

(5) 若等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 5, 公差為 -3, 則 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為

$$\begin{cases} a_1 = 5, \\ a_n = a_{n-1} - 3 \end{cases} (n \geq 2)。$$

二、多選題 (占 25 分)

說明: 第 6 至 10 題, 每題至少有一個選項是正確的, 選出正確選項。各題之選項獨立判定, 所有選項均答對者, 得 5 分; 答錯 1 個選項者, 得 3 分; 答錯 2 個選項者, 得 1 分; 所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者, 該題以零分計算。

6. () 若 $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle$ 為任意二等比數列, 則下列數列何者亦為等比數列? (1) $\langle a_n + b_n \rangle$ (2) $\langle a_n \times b_n \rangle$

(3) $\langle 2 + a_n \rangle$ (4) $\langle 2a_n \rangle$ (5) $\langle \frac{1}{a_n} \rangle$ 。

7. () 選出對的敘述: (1) 三角形的兩邊之和大於第三邊 (2) 2 是質數或 4 是質數 (3) 2 是質數且 4 是質數 (4) $x = 1$ 或 $y = 2$ 的否定敘述為 $x \neq 1$ 或 $y \neq 2$ (5) $x = 1$ 且 $y = 2$ 的否定敘述為 $x \neq 1$ 且 $y \neq 2$ 。

8. () 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和為 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 3n^2$, 選出正確的選項: (1) $a_1 = 3$ (2) $a_2 = 12$ (3) $a_3 = 15$ (4) 數列 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列 (5) $a_n = 6n - 3$ 。

9. () 設實數組成的等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 d , 前 n 項之和 S_n , 若前 10 項之和與前 15 項之和相等 且 $a_5 > 0$, 下列哪些選項必定成立? (1) $d > 0$ (2) $a_{13} = 0$ (3) $a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} = 0$ (4) 當 $n = 15$ 時, S_n 有最大值 (5) $a_1 + a_{15} > 0$ 。

10. () 高一甲班 45 人, 在某次抽考國、英、數三科中, 已知國文及格者 24 人, 英文及格者 20 人, 數學及格者 22 人, 又知國、英兩科皆及格者 12 人, 英、數兩科皆及格者 9 人, 國、數兩科皆及格者 15 人, 此三科均及格者 4 人, 則下列敘述何者正確? (1) 三科中至少一科及格的有 34 人 (2) 三科均不及格的有 11 人 (3) 恰有一科及格的有 6 人 (4) 三科中至少兩科及格的有 28 人 (5) 數學及格且國文不及格的有 8 人。

第二部分：選填題（占 50 分）

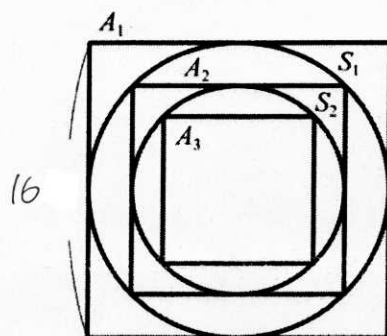
A. 1 到 100 的正整數，2, 3 或 7 的倍數共有 ⑪ ⑫ 個。

B 一隻大烏龜背著兩隻中烏龜，這兩隻中烏龜的重量都是大烏龜的 $\frac{1}{4}$ ，又每隻中烏龜又背著兩隻小烏龜，這兩隻小烏龜的重量也都是中烏龜的 $\frac{1}{4}$ ，如此堆疊上去，共堆了 5 層。已知大烏龜有 96 公斤重，求所有烏龜重量的總和 = ⑬ ⑭ ⑮。

C. $8^3 + 9^3 + \dots + n^3 = 13616$ 求 $n =$ ⑯ ⑰。

D. 設三正整數成一等比數列，其和為 63，倒數和為 $\frac{7}{16}$ ，則這三正數中最大者為 ⑱ ⑲。

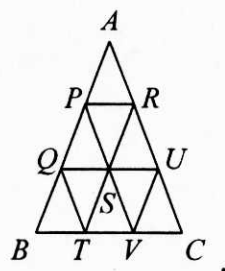
E 如圖，已知 A_1 是邊長等於 16 的正方形， S_1 為 A_1 的內切圓， A_2 為 S_1 的內接正方形， S_2 為 A_2 的內切圓， A_3 為 S_2 的內接正方形，如此一直做下去， $\dots$ ，令 a_n 是正方形 A_n 的面積。求 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 =$ ⑳ ㉑ ㉒。



F. 設 $A = \{a, 3, 5, 9\}$, $B = \{b^2, b+2, 8\}$, $b > 0$, 若 $A - B = \{1, 3, 5\}$, 則 $a + b$ 的值為 ㉓。

G. 小明假日欲外出，衣櫥裡有黃色、紫色領帶各一條，有黑色、紅色、藍色襯衫各一件，以及黑色、綠色、棕色長褲各一件可供選擇搭配。但為了美觀，紅色和綠色不同時出現，襯衫和長褲不同色，領帶可繫可不繫，則小明有 ㉔ ㉕ 種搭配方式。

H. 如圖由 9 個正三角形組成，每邊長為 1 單位。若由 A 到 B 途中每一符號點只能走一次且不能走 ↗、→，及 ↘ 三種方向，則

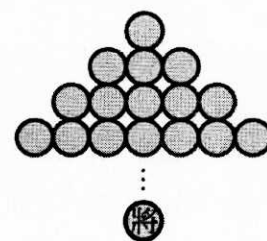


A 到 B 走 4 單位長有 ㉖ 種走法。

I. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_n = a_{n-1} + \frac{1}{4n^2 - 1} \quad (n \geq 2) \end{cases}$$
 . 求 $a_{100} = \frac{(30)(31)(32)}{(27)(28)(29)}$.

J. 古代陣法中，「魚鱗陣」的將領位於陣形的正後方，士兵依右圖排列：第 1 列有 1 人、第 2 列有 3 人、第 3 列有 5 人、 $\dots$ ，以此類推。設 a_n 是前 n 列士兵的總人數。

已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為
$$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_n = a_{n-1} + k \quad (n \geq 2). \end{cases}$$
 當 $k = 39$ 求 $n = \textcircled{33} - \textcircled{34}$.



※附公式

$$(1) 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} .$$

$$(2) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} .$$

【平方和的級數公式】

$$(3) 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 .$$

【立方和的級數公式】

桃園市立平鎮高級中學 108學年第2學期 月考——一年級不限組別數學[20200330100010C00032] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					503					高分組					136					低分組					136					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	2	466	37	0	0	0	0	129	7	0	0	0	0	113	23	0	0	0	0	92.64%	0.890	0.118												
2	單選題	5	4	390	113	0	0	0	0	116	20	0	0	0	0	73	63	0	0	0	0	77.53%	0.695	0.316												
3	單選題	5	3	428	73	0	0	0	2	121	15	0	0	0	0	91	43	0	0	0	2	85.09%	0.779	0.221												
4	單選題	5	2	329	172	0	0	0	2	105	31	0	0	0	0	60	74	0	0	0	2	65.41%	0.607	0.331												
5	單選題	5	4	440	63	0	0	0	0	123	13	0	0	0	0	103	33	0	0	0	0	87.48%	0.831	0.147												
6	多重選五	5	245	81	420	45	472	446	1	16	127	9	133	126	0	37	91	27	115	101	1	64.81%	0.596	0.397												
7	多重選五	5	12	479	480	14	105	165	2	133	135	2	22	32	0	121	119	9	40	63	2	59.84%	0.566	0.294												
8	多重選五	5	1345	458	90	377	355	403	4	127	20	111	107	121	0	109	35	89	72	90	3	53.08%	0.463	0.368												
9	多重選五	5	235	88	396	424	116	341	2	15	116	124	21	104	0	39	81	98	52	80	2	38.97%	0.349	0.419												
10	多重選五	5	1234	416	409	364	339	89	1	121	119	109	109	10	0	96	94	80	73	45	1	41.15%	0.375	0.426												
11	題組A	5	72	218	285	0	0	0	0	81	55	0	0	0	0	30	106	0	0	0	0	43.34%	0.408	0.375												
13	題組B	5	186	339	164	0	0	0	0	108	28	0	0	0	0	56	80	0	0	0	0	67.40%	0.603	0.382												
16	題組C	5	15	307	196	0	0	0	0	106	30	0	0	0	0	46	90	0	0	0	0	61.03%	0.559	0.441												
18	題組D	5	48	120	383	0	0	0	0	63	73	0	0	0	0	7	129	0	0	0	0	23.86%	0.257	0.412												
20	題組E	5	511	206	297	0	0	0	0	94	42	0	0	0	0	13	123	0	0	0	0	40.95%	0.393	0.596												
23	題組F	5	8	306	197	0	0	0	0	100	36	0	0	0	0	42	94	0	0	0	0	60.83%	0.522	0.426												
24	題組G	5	21	197	306	0	0	0	0	71	65	0	0	0	0	34	102	0	0	0	0	39.17%	0.386	0.272												
26	題組H	5	6	150	353	0	0	0	0	62	74	0	0	0	0	27	109	0	0	0	0	29.82%	0.327	0.257												
27	題組I	5	201100	208	295	0	0	0	0	89	47	0	0	0	0	14	122	0	0	0	0	41.35%	0.379	0.551												
33	題組J	5	20	241	262	0	0	0	0	94	42	0	0	0	0	30	106	0	0	0	0	47.91%	0.456	0.471												
										選擇題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																										

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤