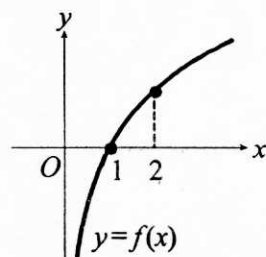


一、單選題 (7 題 每題 5 分，答錯不倒扣)

1. 已知函數 $f(x)$ 的圖形與 x 軸交於 $x=1$ 處，如下圖所示。請問選項中的中位數為何？



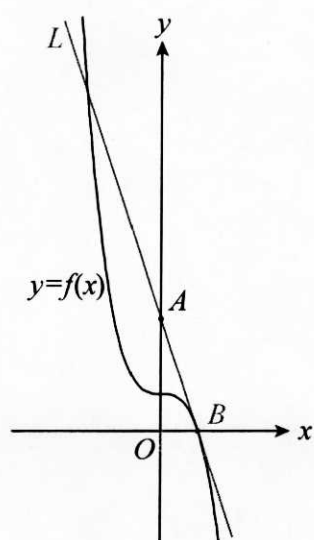
- (1) $f'(1)$ (2) $f'(2)$ (3) $f(0.5)$ (4) $f(1)$ (5) $f(2)$.
2. 已知函數 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ 的圖形與水平線 $y = a$ 恰有兩個交點，則所有可能 a 值之和為何？
(1) -2 (2) 0 (3) 2 (4) 4 (5) 6.
3. 已知 $f(x) = 3x^3 + 2kx^2 + x + 5$ 沒有極值，則實數 k 可能為下列哪一個選項之值？
(1) -6 (2) -4 (3) -2 (4) 0 (5) 2.
4. 設多項式函數 $F(x)$ 為函數 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 的一個反導函數，且 $F(2) = 2$ ，則 $F(0)$ 為下列哪一個選項？
(1) -6 (2) -4 (3) -2 (4) 0 (5) 2.
5. 求 $f(x) = x^2$ 與 $g(x) = 8 - x^2$ 的圖形所圍成的區域面積，最接近下列哪一個選項？
(1) 10 (2) 15 (3) 20 (4) 25 (5) 30.
6. 求拋物線 $y = 2x^2$ 與直線 $y = 0, x = 2$ 所圍成的區域繞 x 軸旋轉所得的旋轉體體積最接近下列哪一個選項？
(1) 80 (2) 90 (3) 100 (4) 110 (5) 120.
7. 求 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 與 $g(x) = x - 2$ 的圖形所圍成的區域面積，最接近下列哪一個選項？
(1) 9 (2) 7 (3) 5 (4) 3 (5) 1.

二、多重選擇題 (5 題 每題 5 分，全對給 5 分，錯 1 個選項給 3 分，錯 2 個選項給 1 分，其餘給 0 分)

8. 關於函數 $f(x) = x^2 + x - 3$ 及其圖形，選出正確的選項：

- (1) 點(0,3)在 $f(x)$ 的圖形上
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -4$
- (3) $f'(2) = 5$
- (4) 以點(2, $f(2)$)為切點的切線方程式為 $5x - y - 7 = 0$
- (5) 過此函數圖形頂點的切線斜率不存在。

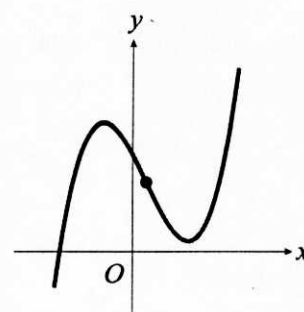
9. 如圖，已知 $A(0,3)$ 為函數 $f(x) = -x^3 + 1$ 的圖形外一點，直線 L 為過 A 點且以圖形上 $B(a, f(a))$ 為切點的切線，請選出正確的選項。



- (1) 直線 L 的斜率為 $-3a^2$
- (2) $a = 2$
- (3) 直線 L 的方程式為 $3x + y - 3 = 0$ 。
- (4) 函數 $f(x)$ 的圖形與 L 的所有交點坐標為(1,0)及(-2,9)
- (5) 函數 $f(x)$ 的圖形與 L 的所有交點坐標為(1,0)及(-1,6)。

10. 右圖為三次函數 $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx - d$ 的圖形，其中黑點為反曲點。選出正確的選項：

- (1) $a > 0$
- (2) $b > 0$
- (3) $c > 0$
- (4) $d > 0$
- (5) $b^2 - 3ac > 0$ 。



11. 已知 $f(x)$ 為多項式函數。若函數 $f'(x)$ 的圖形為過 $(2,0)$ 與 $(-2,0)$ ，且開口向上的拋物線，則下列選項何者正確？

- (1) $f(x)$ 的二次項係數大於 0
- (2) 若 L 為以 $(3, f(3))$ 為切點的切線，則 L 的斜率為 5
- (3) $f(x)$ 圖形的反曲點為原點
- (4) $f(x)$ 在 $x=2$ 處有極大值
- (5) $f(x)$ 在區間 $(2, \infty)$ 的圖形是凹口向上。

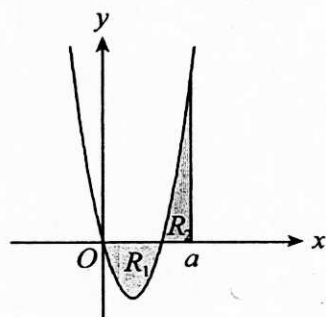
12. 設 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 的圖形與直線 $y=0$ ， $x=0$ 及 $x=4$ 所圍成的區域為 R 。將區間 $[0,4]$ 平分成 n 等分，區域 R 的下和為 L_n ，上和為 U_n ，選出正確的選項：

- (1) $L_{100} \leq U_{10}$
- (2) $L_{100} \leq L_{200}$
- (3) $U_{100} \leq U_{200}$
- (4) 對任意正整數 n ， $L_n \leq$ 區域 R 的面積 $\leq U_n$ 恆成立
- (5) 區域 R 的面積 $= \int_0^4 f(x) dx$ 。

三、選填題 (8 題 每題 5 分 全對才給分)

A. 已知線型函數 $f(x)$ 滿足 $f(1) = 1$ ， $f'(2) = 3$ ， $g(x) = (x^3 - 5x)f(x) + 6x$ ，求 $g'(1)$ 的值 = 1314。

B. 在圖中， R_1 與 R_2 是函數 $f(x) = x^2 - 8x$ 的圖形與 $y=0$ ， $x=0$ 及 $x=a$ 所圍成的二個區域。已知 R_1 的面積與 R_2 的面積相等，求 a 的值 = 1516。

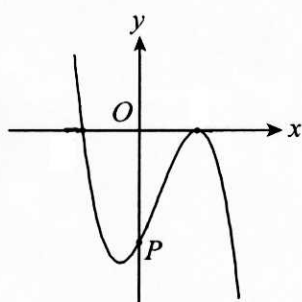


C. 已知函數 $f(x) = x^3 - ax$ ($a > 0$) 與 x 軸所圍成的區域面積為 8, 求 a 的值 = 17

D. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{若 } x \leq 1 \\ ax^2 + bx, & \text{若 } x > 1 \end{cases}$, 在 $x=1$ 處可微分, 求 $a-b$ 的值 = 18

E. 下圖為三次函數 $f(x)$ 的圖形, 這圖形剛好與 x 軸碰到二次, 從左到右依序為 $x = -2$ 與 $x = 2$ 的位置.

已知圖形與 y 軸交於 P 點, 且以 P 點為切點的切線斜率為 4, 求 P 點的 y 坐標 = 19 20.



F. 已知在函數 $f(x) = x^3 - ax^2 - 5x + b$ 圖形上所有切線的斜率中, 以 $P(-1, 5)$ 為切點的切線斜率最小, 則數對 $(a, b) = (\underline{21} \underline{22}, \underline{23} \underline{24})$.

G. 設 a, b 為實數, $f(x)$ 為五次實係數多項式且最高次項係數為 a , 若 $f(x)$ 滿足 $\int_b^x f(t) dt = \frac{3}{2}(x^2 + 6x + 10)^3 - \frac{3}{2}$, .

則數對 $(a, b) = (\underline{25}, \underline{26} \underline{27})$.

H. 已知一實係數三次多項式 $f(x)$ 在 $x=1$ 有極大值 2, 且圖形 $y = f(x)$ 在 $(4, f(4))$ 之切線方程式為

$y - f(4) = 9(x - 4)$, 試問 $\int_1^4 f'(x) dx = \underline{28}$.

桃園市立平鎮高級中學 108學年第2學期 期末考三年級二類組數學甲Ⅱ [20200514300050101056] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					246				高分組				66				低分組				66				全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未				
1	單選題	5	2	129	115	0	0	0	0	2	47	19	0	0	0	0	20	45	0	0	0	1	52.44%	0.508	0.409						
2	單選題	5	5	164	82	0	0	0	0	0	51	15	0	0	0	0	30	36	0	0	0	0	66.67%	0.614	0.318						
3	單選題	5	4	188	57	0	0	0	0	1	57	9	0	0	0	0	40	25	0	0	0	1	76.42%	0.735	0.258						
4	單選題	5	2	208	38	0	0	0	0	0	64	2	0	0	0	0	44	22	0	0	0	0	84.55%	0.818	0.303						
5	單選題	5	3	176	70	0	0	0	0	0	51	15	0	0	0	0	41	25	0	0	0	0	71.54%	0.697	0.152						
6	單選題	5	1	186	60	0	0	0	0	0	55	11	0	0	0	0	37	29	0	0	0	0	75.61%	0.697	0.273						
7	單選題	5	4	140	106	0	0	0	0	0	48	18	0	0	0	0	28	38	0	0	0	0	56.91%	0.576	0.303						
8	多重選五	5	34	24	16	240	231	34	0	2	1	66	65	10	0	11	5	62	57	9	0	73.17%	0.712	0.212							
9	多重選五	5	134	223	14	230	214	25	1	63	0	64	59	3	0	57	6	59	49	15	1	71.95%	0.659	0.318							
10	多重選五	5	125	234	157	61	54	193	0	65	46	11	12	56	0	63	38	24	13	50	0	33.74%	0.333	0.212							
11	多重選五	5	35	90	116	182	64	217	0	19	19	51	11	64	0	33	40	46	27	52	0	21.14%	0.235	0.197							
12	多重選五	5	1245	195	187	75	216	214	1	55	49	13	61	64	0	43	45	32	53	54	0	45.53%	0.394	0.394							
13	題組A	5	-8	94	152	0	0	0	0	0	43	23	0	0	0	0	7	59	0	0	0	0	38.21%	0.379	0.545						
15	題組B	5	12	170	76	0	0	0	0	0	56	10	0	0	0	0	34	32	0	0	0	0	69.11%	0.682	0.333						
17	題組C	5	4	136	110	0	0	0	0	0	48	18	0	0	0	0	19	47	0	0	0	0	55.28%	0.508	0.439						
18	題組D	5	7	84	162	0	0	0	0	0	36	30	0	0	0	0	6	60	0	0	0	0	34.15%	0.318	0.455						
19	題組E	5	-8	145	101	0	0	0	0	0	48	18	0	0	0	0	27	39	0	0	0	0	58.94%	0.568	0.318						
21	題組F	5	-3-2	116	130	0	0	0	0	0	47	19	0	0	0	0	13	53	0	0	0	0	47.15%	0.455	0.515						
25	題組G	5	9-3	82	164	0	0	0	0	0	36	30	0	0	0	0	3	63	0	0	0	0	33.33%	0.295	0.500						
28	題組H	5	9	113	133	0	0	0	0	0	46	20	0	0	0	0	10	56	0	0	0	0	45.93%	0.424	0.545						
											選擇題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																				

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤