

桃園市立平鎮高中 108 學年度 第二學期第二次期中考試卷 高二數學科
 適用班級：201~214 考試範圍：2-1~3-3
 答題說明：請將答劃記在答案卡上
 注意事項：答案若為分數，需化至最簡分數
 試卷張數：共計 3 張 _____ 班 _____ 號 姓名：_____

一、單選題 (每題 5 分, 答錯不到扣)

() 1. 設 $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & -5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $AB = C = [c_{ij}]_{2 \times 3}$, 則 $c_{23} =$ (1)-6 (2)6 (3)-3 (4)-22 (5)22

() 2. 直線 L 方程式為 $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$, 則下列哪一個平面與 L 平行 (沒有交點)?
 (1) $2x+3y-z=1$ (2) $x-y-z=2$ (3) $3x-2y-1=0$ (4) $2x-y-z=1$ (5) $3x-3y+z=1$

二、多重選擇題

說明：第 3 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡上。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

() 3. 若 A 、 B 、 C 為二階矩陣， I 為二階單位矩陣， O 為二階零矩陣，下列何者為真？
 (1) $A(BC) = (AB)C$ (2) $(AB)^n = A^n B^n$ (3) 若 $AB=AC$ ，且 $\det(A) \neq 0$ ，則 $B=C$ (4) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
 (5) $A^m A^n = A^{m+n}$.

() 4. 判斷下列矩陣，哪些為轉移矩陣？
 (1) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

() 5. 下列哪些增廣矩陣所表示的一次聯立方程式恰有一組解？
 (1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 8 & 9 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

() 6. 已知兩平面 $x+4y-z=3$ 與 $x+ay=5$ 所夾的銳角為 60° ，則 a 的值可能為
 (1) 1 (2) -1 (3) $-\frac{7}{23}$ (4) $\frac{7}{23}$ (5) 0

() 7. 關於直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-3}$ ，選出正確的選項：

(1) 直線 L 與 $L_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{6}$ 重合

(2) 直線 L 與 $L_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-3}$ 沒有交點

(3) 直線 L 與 $L_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-1}$ 交於一點

(4) 直線 L 與 $L_4: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ 歪斜

(5) 直線 L 與 $L_5: \frac{x}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ 平行

() 8. 關於點 $P(3,1,2)$ ，點 $Q(1,2,3)$ 及直線 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ ，選出正確的選項：

(1) P 點在直線 L 上

(2) Q 點在直線 L 上

(3) 直線 PQ 與直線 L 垂直

(4) P 點到直線 L 的距離為 $\sqrt{6}$

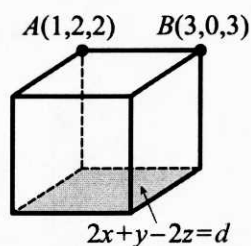
(5) 包含 L 且與直線 PQ 垂直之平面的方程式為 $2x - y - z = 3$

三、選填題 (每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣)

A. 直線 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-1}$ 在平面 $E: x + ay - z = b$ 上，則數對 $(a, b) = (\textcircled{9} \textcircled{10}, \textcircled{11} \textcircled{12})$

B. 包含兩平行直線 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ 與 $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ 之平面 E 的方程式為 $\textcircled{13}x + \textcircled{14}y + \textcircled{15}z = \textcircled{16}$

C. 已知下圖是一個正立方體， $A(1,2,2)$ ， $B(3,0,3)$ 是兩個頂點，底面為 $E: 2x + y - 2z = d$ 上，且 $d > 0$ ，求 $d = \textcircled{17}$



D. 演唱會需要投射兩道雷射燈光在舞臺處交會。現設定空間坐標，一道雷射燈光由點 $(2,1,2)$ 朝向點 $(3,3,3)$ 發射，另一道燈光則由點 $(3,2,k)$ 沿著平行於 y 軸的方向發射，當 $k = \textcircled{18}$ 時，兩道燈光會相交

E. 有一工程，甲乙兩人合作12天可完成，乙丙兩人合作15天可完成，甲丙兩人合作20天可完成．試問甲獨作需 (19)(20) 天才可完成

F. 已知聯立方程式
$$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ 5x + y + az = b \end{cases}$$
 有無限多組解， a, b 為實數，求數對 $(a, b) = (21)(22)$, (23)

G. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} k & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$, 若 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 成立，則 $k = (24)$

H. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 9 & -7 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, 且 $BP = A$, 則矩陣 P 之所有元的和為 (25)

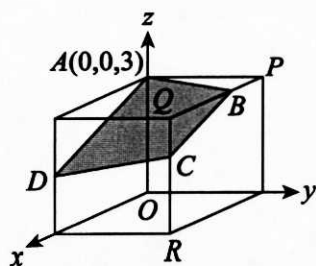
I. 小吉同學的讀書習慣是：若他在今晚讀書，則他在明晚有 70% 不讀書，若他在今晚不讀書，則他在明晚有 60% 不讀書，若已知他在星期一讀書，則星期三（同一星期）讀書的機率是 $\frac{(26)(27)}{100}$

J. 承上題，長期而言，小吉晚上會讀書的機率是 $\frac{(28)}{(29)(30)}$

K. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 試將 $(A-I)^4$ 表示成 $aA + bI$ (a, b 為實數) 的形式，
則數對 $(a, b) = (31)(32)$, (33)

L. 下圖是空間坐標中的一個正立方體．已知點 $A(0,0,3)$, B, C 為邊上的三等分點，即 $\overline{PB} : \overline{BQ} = 1 : 2$, $\overline{QC} : \overline{CR} = 1 : 2$.

若平面 ABC 截正立方體的一邊於 D 點，則 D 點的坐標為 $((34), (35), \frac{(36)}{(37)})$



桃園市立平鎮高級中學 108學年第2學期 月考二二年級不限組別數學IV[20200528200020101054] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體					494					高分組					133					低分組					133					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	2	466	27	0	0	0	1	132	1	0	0	0	0	111	21	0	0	0	1	94.33%	0.914	0.158												
2	單選題	5	3	123	370	0	0	0	1	68	65	0	0	0	0	11	122	0	0	0	0	24.90%	0.297	0.429												
3	多重選五	5	135	432	136	311	23	429	0	131	18	105	0	122	0	87	66	73	18	104	0	40.69%	0.421	0.466												
4	多重選五	5	15	486	72	22	231	445	1	133	6	0	48	130	0	125	41	14	79	102	1	43.93%	0.425	0.368												
5	多重選五	5	123	484	477	288	17	36	0	132	132	106	3	0	0	124	118	52	13	22	0	53.44%	0.534	0.481												
6	多重選五	5	24	77	389	120	416	35	2	5	126	6	129	1	0	39	81	67	91	28	2	64.57%	0.605	0.639												
7	多重選五	5	123	444	411	358	160	188	2	133	125	108	26	22	0	103	88	86	61	74	1	29.76%	0.305	0.474												
8	多重選五	5	234	40	471	425	334	103	1	0	133	132	118	11	0	32	116	85	67	55	1	50.00%	0.489	0.632												
9	題組A	5	-1-1	340	154	0	0	0	0	131	2	0	0	0	0	37	96	0	0	0	0	68.83%	0.632	0.707												
13	題組B	5	75-3	305	189	0	0	0	0	125	8	0	0	0	0	25	108	0	0	0	0	61.74%	0.564	0.752												
17	題組C	5	9	275	219	0	0	0	0	123	10	0	0	0	0	29	104	0	0	0	0	55.67%	0.571	0.707												
18	題組D	5	3	337	157	0	0	0	0	131	2	0	0	0	0	43	90	0	0	0	0	68.22%	0.654	0.662												
19	題組E	5	30	309	185	0	0	0	0	125	8	0	0	0	0	33	100	0	0	0	0	62.55%	0.594	0.692												
21	題組F	5	-19	374	120	0	0	0	0	130	3	0	0	0	0	60	73	0	0	0	0	75.71%	0.714	0.526												
24	題組G	5	6	384	110	0	0	0	0	131	2	0	0	0	0	59	74	0	0	0	0	77.73%	0.714	0.541												
25	題組H	5	2	422	72	0	0	0	0	130	3	0	0	0	0	89	44	0	0	0	0	85.43%	0.823	0.308												
26	題組I	5	37	360	134	0	0	0	0	126	7	0	0	0	0	56	77	0	0	0	0	72.87%	0.684	0.526												
28	題組J	5	411	311	183	0	0	0	0	125	8	0	0	0	0	17	116	0	0	0	0	62.96%	0.534	0.812												
31	題組K	5	201	304	190	0	0	0	0	117	16	0	0	0	0	51	82	0	0	0	0	61.54%	0.632	0.496												
34	題組L	5	3032	305	189	0	0	0	0	124	9	0	0	0	0	28	105	0	0	0	0	61.74%	0.571	0.722												
										選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																										

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤