

桃園市立平鎮高中 109 學年度第一學期 高二 數學科 第二次期中考試卷

適用班級：208、210~213

考試範圍：數學 A

命題教師：

答題說明：

注意事項：所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班 號 姓名：

已知： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$

一、單選題：

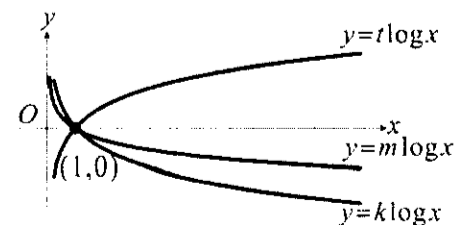
說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- ( ① )關於指數函數  $y = 2^{-x+1} - 1$  圖形的敘述，何者正確？
  - (1)可由  $y = 2^{-x}$  的圖形向左移 1 單位，向下移 1 單位得到
  - (2)若  $P$ 、 $Q$  為圖形上相異兩點，則直線  $PQ$  斜率必為正數
  - (3)圖形凹口向下 (4)圖形必過第四象限 (5)與  $y = 2^{-x}$  圖形無交點
- ( ② )設  $a, b > 0$ ， $\log a = 20$ ， $\log b = 16$ ，則  $\log(a - b)$  的值最接近下列哪個數？
  - (1) $\frac{4}{5}$  (2)4 (3)16 (4)18 (5)20
- ( ③ )傳說有個聚寶盆，每經過一天，盆內的金錢就會變成原來的 2 倍，若現在在聚寶盆內放入 1 元，假設聚寶盆夠大，則 30 天後，聚寶盆內大約有多少錢？
  - (1)一千萬元 (2)五千萬元 (3)七千萬元 (4)一億元 (5)十億元
- ( ④ )設  $a = \log_2 3$ ， $b = \log_4 3$ ， $c = \log_2 \sqrt{5}$ ， $d = \log_{\frac{1}{2}} 3$ ，則  $a, b, c, d$  的大小關係為？
  - (1) $a > b > c > d$  (2) $a > c > b > d$  (3) $a > d > b > c$  (4) $b > d > a > c$  (5) $c > a > d > b$

二、多重選擇題：

說明：第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- ( ⑤ )下列各式的數值哪些為負？
  - (1) $\sqrt{2} - \sqrt[3]{2}$  (2) $\log_2 3 - 1$  (3) $\log_3 2 - 1$  (4) $\log_{\frac{1}{2}} 3$  (5) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$
- ( ⑥ )下列各對數的運算，哪些是正確的？
  - (1) $\log_{(-3)}(-4) = \log_3 4$  (2) $\log_2(-3) + \log_2(-5) = \log_2 15$
  - (3) $\log_3 30 = 1 + \log_3 2 + \log_3 5$  (4) $\log_2(-3)^2 = 2\log_2 3$  (5) $(\log_6 2 + \log_6 3)^3 = 1$
- ( ⑦ )設  $y = t \log x$ ， $y = k \log x$  與  $y = m \log x$  的圖形如圖所示，則下列選項哪些是正確的？
  - (1) $k < 0$  (2) $m < 0$  (3) $m < k$  (4) $t > 0$
  - (5)若  $y = t \log x$  與  $y = k \log x$  的圖形對稱於  $x$  軸，則  $t + m < 0$



三、選填題：

說明：第 A 至 J 題，每格完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 求下列各式的值：

(1) 解方程式  $4^{x+\frac{1}{2}} + 31 \times 2^{x-2} - 1 = 0$ ， $x =$  ⑧⑨

(2) 解不等式  $(0.3)^{x^2-x} > (0.09)^{2x+3}$ ，其解為  $a < x < b$ ，則數對  $(a, b) =$  ( ⑩⑪ , ⑫ )

(3)  $\log_2 \sqrt{\frac{7}{48}} + \log_2 12 - \frac{1}{2} \log_2 42 =$   $\frac{\text{⑬⑭}}{\text{⑮}}$

(4) 已知  $x = \log_2 3$ ，則  $2^x + \left(\frac{1}{4}\right)^x =$   $\frac{\text{⑯⑰}}{\text{⑱}}$

B. 設  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  是函數  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  圖形上的兩點，若  $y_2$  是  $y_1$  的  $\frac{9}{4}$  倍時， $\overline{PQ}$  的斜率為  $-5$ ，求  $y_1 =$  ⑲

C. 已知  $x > 2$ ，解方程式  $\log_3(3^x + 27) = \frac{x}{2} + 1 + \log_3 4$ ，求  $x =$  ⑳

D. 已知坐標平面上三點  $(3, \log 3), (6, \log 6)$ ，與  $(18, \log y)$  在同一直線上，則  $y =$  ㉑㉒

E. 將  $\left(\frac{5}{18}\right)^{24}$  表示成小數時，從小數點後第  $m$  位開始出現不為 0 的數字，此不為 0 的數字為  $n$ ，求此數對  $(m, n) =$  ( ㉓㉔ , ㉕ ) ( $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771$ )

F. 若  $a, b, c$  為正整數，已知  $a \log_{60} 2 + b \log_{60} 3 + c \log_{60} 5 = 4$ ，則  $a + b + c =$  ㉖㉗

G. 已知某一種細菌每隔 1 天數量會增加為原來的 4 倍，設 100 株細菌需經過  $n$  天後才會增殖超過  $10^{12}$  株，求最小正整數  $n =$  ㉘㉙。 ( $\log 2 \approx 0.3010$ )

H. 某放射性物質質量共有 768 公克，它的半衰期為 32 年（即每 32 年質量變成原來的一半），則該放射性物質剩下  $3\sqrt{2}$  公克時，需經過 ㉚㉛㉜ 年。

I. 最近流行性感冒盛行，請同學要戴口罩、勤洗手。假設感冒 A 菌有害人體，某人將此感冒 A 菌 500 個吸進體內，已知每個感冒 A 菌在人體內每隔 6 小時就會分裂成 2 個，當體內達到 1 億個感冒 A 菌時身體就會出現流行性感冒反應，在此期間則稱為潛伏期，請問此感冒 A 菌在體內的潛伏期大約有 ㉝ 天。（無條件進位至整數位）  
(已知  $\sqrt[4]{20} \approx 2.1147$ )

J. 星星的「視星等」 $y$  與其「亮度」 $x$  之間的關係為函數  $y = -\frac{5}{2} \log\left(\frac{x}{a}\right)$ ，其中  $a$  是織女星的亮度。已知天狼星的視星等為  $-1.47$ ，而另一顆恆星  $N$  的亮度為天狼的 10 倍，試問恆星  $N$  的視星等為 ㉞㉟.㊱㊲

桃園市立平鎮高級中學 109學年第1學期 月考二二年級不限組別數學A[20201202200020C01451] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體							216					高分組					58					低分組					全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未						
1	單選題	5	4	83	133	0	0	0	0	0	0	31	27	0	0	0	0	0	13	45	0	0	0	0	38.43%	0.379	0.310						
2	單選題	5	5	134	82	0	0	0	0	0	56	2	0	0	0	0	0	20	38	0	0	0	0	62.04%	0.655	0.621							
3	單選題	5	5	174	41	0	0	0	0	1	54	4	0	0	0	0	0	38	19	0	0	0	1	80.56%	0.793	0.276							
4	單選題	5	2	207	8	0	0	0	0	1	57	1	0	0	0	0	0	52	5	0	0	0	1	95.83%	0.940	0.086							
5	多重選五	5	34	19	12	205	203	14	0	2	1	56	57	1	0	10	6	54	52	9	0	0	0	77.78%	0.767	0.293							
6	多重選五	5	345	36	76	209	120	203	0	1	9	58	39	56	0	17	30	51	29	52	0	0	0	33.33%	0.362	0.276							
7	多重選五	5	124	192	191	54	209	31	0	55	55	7	57	5	0	46	48	18	54	14	0	0	0	65.74%	0.672	0.241							
8	題組A	5	-3	181	35	0	0	0	0	57	1	0	0	0	0	35	23	0	0	0	0	0	0	83.80%	0.793	0.379							
10	題組B	5	-16	188	28	0	0	0	0	55	3	0	0	0	0	41	17	0	0	0	0	0	0	87.04%	0.828	0.241							
13	題組C	5	-12	164	52	0	0	0	0	54	4	0	0	0	0	28	30	0	0	0	0	0	0	75.93%	0.707	0.448							
16	題組D	5	289	182	34	0	0	0	0	56	2	0	0	0	0	39	19	0	0	0	0	0	0	84.26%	0.819	0.293							
19	題組E	5	8	82	134	0	0	0	0	43	15	0	0	0	0	3	55	0	0	0	0	0	0	37.96%	0.397	0.690							
20	題組F	5	4	146	70	0	0	0	0	55	3	0	0	0	0	23	35	0	0	0	0	0	0	67.59%	0.672	0.552							
21	題組G	5	96	92	124	0	0	0	0	45	13	0	0	0	0	10	48	0	0	0	0	0	0	42.59%	0.474	0.603							
23	題組H	5	144	77	139	0	0	0	0	36	22	0	0	0	0	7	51	0	0	0	0	0	0	35.65%	0.371	0.500							
26	題組I	5	16	161	55	0	0	0	0	55	3	0	0	0	0	24	34	0	0	0	0	0	0	74.54%	0.681	0.534							
28	題組J	5	17	123	93	0	0	0	0	50	8	0	0	0	0	16	42	0	0	0	0	0	0	56.94%	0.569	0.586							
30	題組K	5	240	108	108	0	0	0	0	50	8	0	0	0	0	14	44	0	0	0	0	0	0	50.00%	0.552	0.621							
33	題組L	5	5	95	121	0	0	0	0	39	19	0	0	0	0	14	44	0	0	0	0	0	0	43.98%	0.457	0.431							
34	題組M	5	-397	83	133	0	0	0	0	44	14	0	0	0	0	5	53	0	0	0	0	0	0	38.43%	0.422	0.672							

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤