

桃園市立平鎮高級中等學校 109 學年度第一學期 高二數學科 第二次期中考 試卷

適用班級：201~207、209

考試範圍：數學 3B 單元 3~5

試卷張數：題目卷 2 張 3 頁

填答方式：答案卡（班號畫記不清者，扣總成績 5 分）

一、單選題：(占 25 分)

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有 1 個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於 1 個選項者，該題以 0 分計算。

() 1. 試問有多少個整數 x 滿足 $10^8 < 2^x < 8^{10}$?

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6 。

() 2. 對任意實數而言， 2^{-x^2+2x+3} 的最大值為？

(1) 4 (2) 8 (3) 16 (4) 32 (5) 64 。

() 3. 令 $a = 1.8^{11} - 1.8^{10}$ ， $b = 1.8^{10} - 1.8^9$ ， $c = \frac{1.8^{11} - 1.8^9}{2}$ 。請選出正確的大小關係？

(1) $a > b > c$ (2) $c > b > a$ (3) $b > a > c$ (4) $b > c > a$ (5) $a > c > b$ 。

() 4. 若正實數 x, y 滿足 $\log x = 1.7$ 、 $\log y = 3.4$ ，則 $\log(x^2 + 2y)$ 最接近下列哪一個選項的值？($\log 3 \approx 0.4771$)

(1) 1.7 (2) 3.4 (3) 3.6 (4) 3.9 (5) 9.7 。

() 5. 已知 $5^x = 10000$ ， $\log_5 16 = y$ ，則 $x - y = ?$

(1) 4 (2) 8 (3) 10 (4) 125 (5) 625 。

二、多選題：(占 15 分)

說明：第 6 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有 1 個選項是正確的，請將正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

() 6. 試問：在坐標平面上，下列哪些選項中的函數圖形完全落在 x 軸的上方？

(1) $y = x + 100$ (2) $y = x^2 + 1$ (3) $y = 2 + \sin x$ (4) $y = 2^x$ (5) $y = \log x$ 。

() 7. 下列哪些選項正確？

(1) $10^{\log 7} = 7$

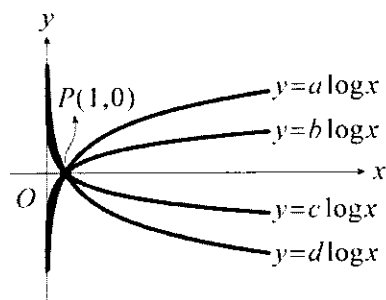
(2) $\log_{(-3)} 9 = 2$

(3) $\log_2(1 - \sqrt{3})^2 = 2 \log_2(1 - \sqrt{3})$

(4) $\log 5 = 1 - \log 2$

(5) 若 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ 則 $\log_2 30 = \frac{b+1}{a}$ 。

() 8. 常用對數函數 $y = a \log x$, $y = b \log x$, $y = c \log x$, $y = d \log x$ 配置如圖，請選出所有正確的選項？



(1) $a > b > 1$

(2) $a > b > c > d$

(3) $0 < \log_a b < 1$

(4) 若 $y = b \log x$ 與 $y = c \log x$ 的圖形對稱於 x 軸，則 $|b| = |c|$

(5) 設 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 分為 $y = d \log x$ 圖形上異於 P 的任兩點，若 $y_1 > y_2$ 則 $x_1 > x_2$ 。

三、選填題：(占 60 分，每題 6 分)

說明：1. 第 A 至 J 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(9~28)。

2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 π 為圓周率，則滿足指數不等式 $(\frac{3}{\pi})^{x^2-4x} > (\frac{\pi}{3})^{x+6}$ 的整數解有 ⑨ 個。

B. 已知指數函數 $y = f(x) = 3^x$ 的圖形上有兩點 $(a, 4)$ 、 $(b, 8)$ ，則 $f(\frac{a+2b}{2}) = \underline{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。

C. 好帥準備向 M 銀行貸款 2 百萬元當做創業基金，其年利率為 3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利（每年複利一次）計息還款，但因 COVID-19 疫情嚴重影響經濟之故，M 銀行決定給好帥創業優惠改以單利計息還款。問在此優惠下，好帥在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳多少錢？ ⑫⑬⑭⑮ 元。



D. 半衰期為放射性物質衰變至原質量一半所需的時間。已知元素碘 131(PS:放射性同位素碘-131 (Iodin-131) 為治療甲狀腺癌的藥物)的半衰期約為 8 天；現有此放射性物質(元素碘 131)800 公克，問：經過 ⑯⑰ 天後，此放射性物質會剩下 25 公克。

E. 解方程式 $9^x - 3^{x+1} - 10 = 0$ ，得其一根為 $x = \log_a b$ ，則數對 $(a, b) = (\underline{\textcircled{18}}, \underline{\textcircled{19}})$ 。

F. 滿足不等式 $\log(x^2 + x) \leq \log 6$ 的整數解有 ②① 個。

G. 設 $a = \log_7 3$ ， $b = \log_2 7$ ，則 $7^{a + \frac{2}{b} + 1} =$ ②①②②。

H. 求值： $(\log_2 3 \times \log_9 7) \times \left(\log_7 2 + \log_{49} \frac{1}{8} \right) \times 5^{3 \log_5 2} =$ ②③②④。

I. 狗狗的壽命比人短，常聽有人說狗狗 1 歲相當於人類 7 歲，但事實並非如此…。因為在美國華盛頓有一群學者，透過分析狗的 DNA，推估出以下的公式(僅適用在 1 歲以上的狗)：狗的人類年齡為函數 $f(x) = 16 \log_e x + 31$ ，其中 x 代表狗的實際年齡($x \geq 1$)， e 為一常數(即歐拉數 $e \approx 2.718281828 \dots$)。

根據這個公式，若好帥家有一隻兩歲的狗狗 Happy，請問狗狗 Happy 相當於人類幾歲？②⑤②⑥ (四捨五入至整數位， $\log 2 \approx 0.3010, \log e \approx 0.4343$)



Happy

J. 「班佛定律」是說在自然產生一組數據中，以數字「D」開頭的數，其百分比為 $100 \times \log(1 + \frac{1}{D})$ 。舉例來說，在該數據中，以「1」開頭的數，其百分比為 $100 \times \log(1 + \frac{1}{1}) = 30.1$ ($\log 2 \approx 0.3010$)。在實際應用上，如會計師可利用它審核一年的各種報帳款項是否誠實，如果不符合「班佛定律」，可能就有問題了。



試利用「班佛定律」，計算出數據中以數字「8」或「9」開頭的數，其百分比為 ②⑦②⑧。

桃園市立平鎮高級中學 109學年第1學期 月考二二年級不限組別數學B[20201125200020C00041] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體						254						高分組						69						低分組						69						全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未									
1	單選題	5	2	113	141	0	0	0	0	0	58	11	0	0	0	0	10	59	0	0	0	0	0	44.49%	0.493	0.696																
2	單選題	5	3	100	154	0	0	0	0	0	46	23	0	0	0	0	15	54	0	0	0	0	0	39.37%	0.442	0.449																
3	單選題	5	5	162	90	0	0	0	0	2	61	7	0	0	0	1	25	44	0	0	0	0	0	63.78%	0.623	0.522																
4	單選題	5	4	109	145	0	0	0	0	0	60	9	0	0	0	0	7	62	0	0	0	0	0	42.91%	0.486	0.768																
5	單選題	5	1	167	85	0	0	0	0	2	64	5	0	0	0	0	22	46	0	0	0	0	1	65.75%	0.623	0.609																
6	多重選五	5	234	34	228	121	235	70	0	1	63	50	68	2	0	26	56	20	56	41	0	0	33.46%	0.348	0.580																	
7	多重選五	5	145	207	72	208	229	182	1	67	6	54	69	67	0	36	41	57	50	32	1	0	10.24%	0.109	0.188																	
8	多重選五	5	24	146	196	134	227	51	1	33	56	37	66	2	0	44	46	38	57	30	1	0	14.17%	0.159	0.232																	
9	題組A	6	0	59	195	0	0	0	0	0	40	29	0	0	0	0	1	68	0	0	0	0	0	23.23%	0.297	0.565																
10	題組B	6	16	101	153	0	0	0	0	0	58	11	0	0	0	0	5	64	0	0	0	0	0	39.76%	0.457	0.768																
12	題組C	6	5454	86	168	0	0	0	0	0	44	25	0	0	0	0	3	66	0	0	0	0	0	33.86%	0.341	0.594																
16	題組D	6	40	209	45	0	0	0	0	0	69	0	0	0	0	0	35	34	0	0	0	0	0	82.28%	0.754	0.493																
18	題組E	6	35	181	73	0	0	0	0	0	68	1	0	0	0	0	15	54	0	0	0	0	0	71.26%	0.601	0.768																
20	題組F	6	4	85	169	0	0	0	0	0	50	19	0	0	0	0	4	65	0	0	0	0	0	33.46%	0.391	0.667																
21	題組G	6	84	103	151	0	0	0	0	0	62	7	0	0	0	0	2	67	0	0	0	0	0	40.55%	0.464	0.870																
23	題組H	6	-2	94	160	0	0	0	0	0	57	12	0	0	0	0	3	66	0	0	0	0	0	37.01%	0.435	0.783																
25	題組I	6	42	66	188	0	0	0	0	0	37	32	0	0	0	0	1	68	0	0	0	0	0	25.98%	0.275	0.522																
27	題組J	6	97	63	191	0	0	0	0	0	38	31	0	0	0	0	0	69	0	0	0	0	0	24.80%	0.275	0.551																
											選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤																															

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤