

桃園市立平鎮高級中學 109 學年度 第一學期 第二次期中考 高三自然組數學科

適用班級：306、308~313

考試範圍：選修數甲上 2-1~2-2

試卷張數：共計 2 張 第 1 頁

_____班 _____號 姓名：_____

一、單一選擇題：(每題 5 分，共 25 分)

1. 設方程式 $x^2 - (\cos \theta + \sec \theta)x + 1 = 0$ 有一根為 $4 - \sqrt{15}$ ，則 $\sec \theta =$

- (1) $4 - \sqrt{15}$ (2) $4 + \sqrt{15}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) 8 (5) $2\sqrt{15}$

2. 直角坐標平面上， $P(\sin 4, \tan 6)$ 位於第幾象限？

- (1) 第一象限 (2) 第二象限 (3) 第三象限 (4) 第四象限 (5) 座標軸上

3. 若 $a = \sin 24^\circ + \cos 24^\circ$ ， $b = \sin 34^\circ + \cos 34^\circ$ ， $c = \sin 44^\circ + \cos 44^\circ$ ， $d = \sin 54^\circ + \cos 54^\circ$ ， $e = \sin 64^\circ + \cos 64^\circ$ ，則 a, b, c, d, e 當中，何者最小？

- (1) a (2) b (3) c (4) d (5) e

4. 已知 $f(x) = 5\sin x - 12\cos x$ ，當 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最大值，此時 $\cot \alpha =$

- (1) $\frac{5}{12}$ (2) $-\frac{5}{12}$ (3) $\frac{12}{5}$ (4) $-\frac{12}{5}$ (5) $-\frac{12}{13}$

5. 已知 $a = \cos 6$ ，則

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < a < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $0 < a < \frac{1}{2}$ (4) $-1 < a < -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$

二、多重選擇題：(每題 5 分，錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上不給分，共 25 分)

6. 關於函數 $f(x) = -\sin x + \sqrt{3}\cos x$ 的圖形的描述，下列哪些敘述是正確的？

- (1) 周期為 2π (2) 振幅為 4 (3) 與 Y 軸交於 $(0, \sqrt{3})$ (4) $x = -\frac{\pi}{6}$ 為對稱軸 (5) 與 $y = -3$ 有無限多個交點

7. 下列哪些函數為週期函數，且函數圖形的周期為 π ？

- (1) $f_1(x) = \sin 2x$ (2) $f_2(x) = \sin \frac{x}{2}$ (3) $f_3(x) = |\sin x|$ (4) $f_4(x) = \sin |x|$ (5) $f_5(x) = \sin^2 x$

8. 已知有向角 θ 為標準位置角，其終邊上有一點 P 的座標為 $(x, -4)$ ，且 $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ ，下列哪些敘述是正確的？

- (1) $x = -3$ (2) $\sec \theta = -\frac{4}{3}$ (3) $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ (4) $\tan \theta = \frac{4}{3}$ (5) $\cot \theta = \frac{3}{\sqrt{7}}$

9. 設 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ ，已知函數 $f(x) = 3\sin x - 2\sin |x|$ ， $g_0(x) = 0$ ， $g_1(x) = \frac{1}{2}$ ， $g_2(x) = 1$ ， $g_3(x) = -4$ ， $g_4(x) = 6$ ，下列哪些敘述是正確的？

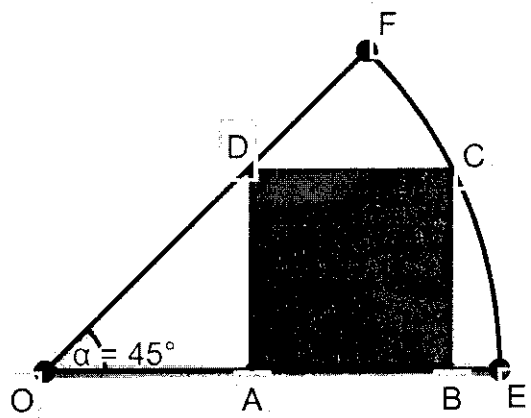
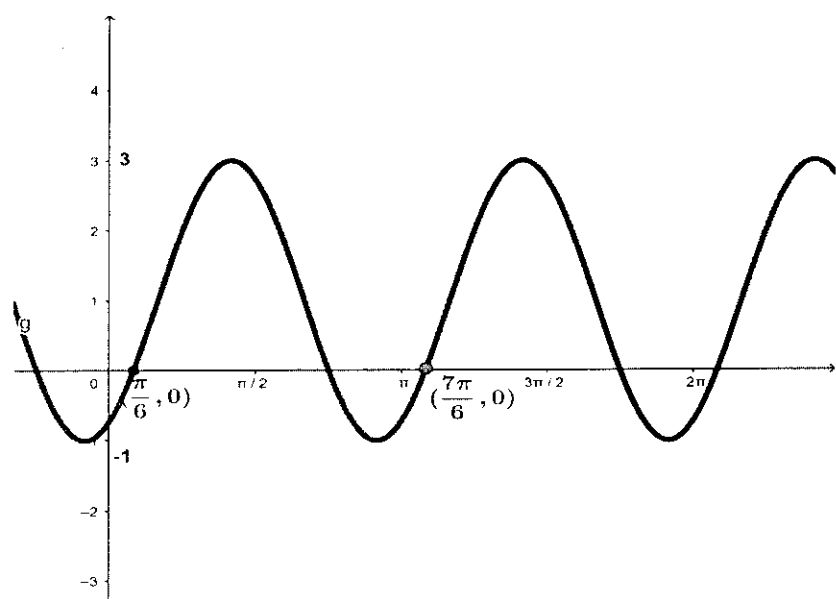
- (1) $f(x)$ 與 $g_0(x)$ 有 4 個交點 (2) $f(x)$ 與 $g_1(x)$ 有 4 個交點 (3) $f(x)$ 與 $g_2(x)$ 有 2 個交點
(4) $f(x)$ 與 $g_3(x)$ 有 2 個交點 (5) $f(x)$ 與 $g_4(x)$ 沒有交點。

10. 設 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$ ，函數 $f(x) = \sin x - \sqrt{3}\cos(x + \frac{\pi}{3})$ 在 $x = \alpha$ 時， $f(x)$ 有最大值 M，在 $x = \beta$ 時， $f(x)$ 有最小值 m，則

- (1) $\alpha = \pi$ (2) $\beta = \frac{2\pi}{3}$ (3) $\alpha - \beta = \frac{2\pi}{3}$ (4) $M = 1$ (5) $m = -1$ 。

三、填充題：(每格 5 分，共 50 分)

- A. 設 $P(x, y)$ 為圓上 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$ 的動點，求 $P(x, y)$ 到直線 $L: 4x - 3y + 10 = 0$ 的最長距離為 $\frac{\textcircled{11} \textcircled{12}}{\textcircled{13}}$
- B. 設 $P(x, y)$ 為圓上 $x^2 + y^2 = 4$ 的動點，求 $3x^2 + \frac{3}{2}xy + y^2$ 的最大值為 $\textcircled{14} \textcircled{15}$
- C. 方程式 $\sin x = \frac{x}{8\pi}$ 有 $\textcircled{16} \textcircled{17}$ 個實數解
- D. 用一條長 20 單位的繩子圍出一個扇形，當扇形半徑為 r ，圓心角為 α 時，扇形面積最大為 M ，則 (r, α, M) 為 $(\textcircled{18}, \textcircled{19}, \textcircled{20} \textcircled{21})$
- E. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，若不等式 $2\cos^2 x - 3\cos x + 2 \geq 0$ 的解為 $\alpha\pi \leq x \leq \beta\pi$ ，且 α, β 為最簡分數，則數對 $(\alpha, \beta) = (\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}, \frac{\textcircled{24}}{\textcircled{25}})$
- F. 設 $\frac{5\pi}{4} < x < 2\pi$ ，函數 $f(x) = \cos^2 x - \sin x + 2$ 在 $x = \alpha\pi$ 時， $f(x)$ 有最大值 M ，則 $M = \frac{\textcircled{26} \textcircled{27}}{\textcircled{28}}$
- G. 設 $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ ，且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，則 $\sec(\theta - \frac{3}{2}\pi) = \frac{\textcircled{29} \textcircled{30}}{\textcircled{31}}$
- H. 設 $0 \leq x < 2\pi$ ，若方程式 $\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ 的所有解的和為 $\alpha\pi$ ，則 $\alpha = \frac{\textcircled{32}}{\textcircled{33}}$
- I. 下圖(一)為 $f(x) = a\sin(bx + c\pi) + d$ 的部分圖形，已知 $a > 0, b > 0, -\pi < c < \pi$ ，則 $(a + d) \times b \times c = \textcircled{34} \textcircled{35}$
- J. 下圖(二)為半徑 10、圓心角 45° 的扇形，已知正方形 $ABCD$ 的頂點分別位於扇形邊界上，求正方形 $ABCD$ 的面積為 $\textcircled{36} \textcircled{37}$ 。



桃園市立平鎮高級中學 109學年第1學期 月考二三年級不限組別數學甲 I [20201201300020101055] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體			213			高分組			58			低分組			58			全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未			
1	單選題	5	2	136	77	0	0	0	0	50	8	0	0	0	0	21	37	0	0	0	0	63.85%	0.612	0.500
2	單選題	5	3	162	51	0	0	0	0	54	4	0	0	0	0	31	27	0	0	0	0	76.06%	0.733	0.397
3	單選題	5	1	159	54	0	0	0	0	55	3	0	0	0	0	33	25	0	0	0	0	74.65%	0.759	0.379
4	單選題	5	4	88	124	0	0	0	1	37	21	0	0	0	0	15	42	0	0	0	1	41.31%	0.448	0.379
5	單選題	5	5	156	57	0	0	0	0	52	6	0	0	0	0	33	25	0	0	0	0	73.24%	0.733	0.328
6	多重選五	5	134	196	44	169	121	31	0	58	9	46	34	4	0	50	14	43	25	11	0	31.46%	0.284	0.293
7	多重選五	5	135	194	13	189	43	102	0	57	1	55	3	42	0	47	8	48	23	20	0	39.91%	0.448	0.448
8	多重選五	5	25	54	201	24	22	177	0	7	58	0	1	55	0	21	50	14	12	42	0	62.44%	0.629	0.431
9	多重選五	5	245	74	161	113	100	170	2	13	48	29	24	53	0	26	41	37	31	39	0	15.02%	0.172	0.069
10	多重選五	5	13	113	68	122	94	114	1	34	12	31	20	29	0	31	26	35	30	34	0	20.19%	0.198	0.224
11	題組A	5	275	127	86	0	0	0	0	53	5	0	0	0	0	17	41	0	0	0	0	59.62%	0.603	0.621
14	題組B	5	13	24	189	0	0	0	0	17	41	0	0	0	0	0	58	0	0	0	0	11.27%	0.147	0.293
16	題組C	5	15	76	137	0	0	0	0	40	18	0	0	0	0	5	53	0	0	0	0	35.68%	0.388	0.603
18	題組D	5	5225	85	128	0	0	0	0	44	14	0	0	0	0	12	46	0	0	0	0	39.91%	0.483	0.552
22	送分題	5	2	23	61	0	0	0	129	6	19	0	0	0	33	5	12	0	0	0	41	10.80%	0.095	0.017
23	送分題	0	3	32	53	0	0	0	128	10	15	0	0	0	33	5	13	0	0	0	40	15.02%	0.129	0.086
24	送分題	0	4	21	65	0	0	0	127	4	21	0	0	0	33	5	14	0	0	0	39	9.86%	0.078	-0.017
25	送分題	0	3	30	56	0	0	0	127	8	17	0	0	0	33	6	13	0	0	0	39	14.08%	0.121	0.034
26	題組F	5	134	67	146	0	0	0	0	40	18	0	0	0	0	4	54	0	0	0	0	31.46%	0.379	0.621
29	題組G	5	-54	99	114	0	0	0	0	46	12	0	0	0	0	11	47	0	0	0	0	46.48%	0.491	0.603
32	題組H	5	53	107	106	0	0	0	0	45	13	0	0	0	0	16	42	0	0	0	0	50.23%	0.526	0.500
34	題組I	5	-2	25	188	0	0	0	0	10	48	0	0	0	0	4	54	0	0	0	0	11.74%	0.121	0.103
36	題組J	5	20	116	97	0	0	0	0	48	10	0	0	0	0	17	41	0	0	0	0	54.46%	0.560	0.534

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤