

桃園市立平鎮高級中等學校 109 學年度 第二學期高二(自然組)數學第一次期中考試題目卷
 適用班級：208、210~213
 考試範圍：龍騰數學四(A) 第一單元~第四單元
 命題教師：陳威男
 答題說明：請各位同學將答案依題號依序填入答案卡中。
 試卷張數：共計 4 頁
 填答方式：答案卡

一、單選題：(每題 5 分，答錯不扣分)

1. () 在空間中已知向量 $\vec{a} = (-4, 4, 8)$, $\vec{b} = (-4, 2, 4)$, 則 $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$ 的值為何? (1) $4\sqrt{2}$ (2) 6 (3) $\sqrt{30}$
 (4) $\sqrt{38}$ (5) $2\sqrt{7}$

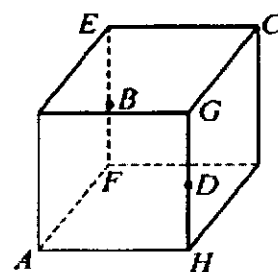
※題組：已知空間中三點 $A(2, 3, -2)$ 、 $B(4, 6, -3)$ 、 $C(7, 0, -1)$, 試回答 2, 3, 4 題：

2. () $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ 的值為何? (1) -10 (2) -14 (3) 10 (4) 14 (5) 32
3. () $\vec{AB} \times \vec{AC}$ 的值為何? (1) $(0, 1, 3)$ (2) $(0, -1, -3)$ (3) $(0, 7, 21)$ (4) $(0, 7, -21)$ (5) $(0, -7, -21)$
4. () $\triangle ABC$ 的面積為何? (1) $\sqrt{10}$ (2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (3) $7\sqrt{10}$ (4) $\frac{7\sqrt{10}}{2}$ (5) $13\sqrt{10}$
5. () 已知 $\vec{a} = (1, -4, -2)$, $\vec{b} = (1, 2, -2)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} + t\vec{b})$, 則 t 的值為何? (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9

6. () 如右圖，正立方體的邊長為 2， B 、 D 分別為 $\overline{EF}$ 、 $\overline{GH}$ 的中點，

則 $\sqrt{|\vec{AB}|^2 |\vec{AD}|^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AD})^2}$ 的值等於

- (1) $2\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) 6 (4) 10 (5) $4\sqrt{3}$



7. () 已知 $A = \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$, $C = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}$, $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -4 & -8 \\ 1 & 7 & 14 \end{vmatrix}$, $E = \begin{vmatrix} 1 & 2a & b+c \\ 1 & 2b & c+a \\ 1 & 2c & a+b \end{vmatrix}$,

試判斷上述五個行列式中，共有多少個行列式值為 0?

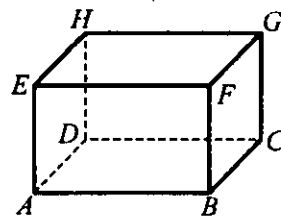
- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

二、多選題：(每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之

「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。)

8. () 右圖是一個長方體，下列哪些直線與直線 AB 歪斜？

- (1) 直線 EG (2) 直線 BH (3) 直線 AG (4) 直線 CH (5) 直線 FH



9. () 下列敘述，何者正確？

- (1) 空間中兩相異直線若不相交，則一定平行
 (2) 不共線相異三點恰決定一平面
 (3) 通過已知平面外一點，恰有一平面與此平面垂直
 (4) 通過已知直線外一點，恰有一平面與此直線平行
 (5) 通過已知直線上一點，恰有一平面與此直線垂直

10. () 空間座標系中，點 $P(-2, 3, 1)$ ，則下列敘述何者為真？

- (1) P 在 xz 平面上的正射影為 $(-2, 0, 1)$
 (2) P 到 x 軸之距離為 $\sqrt{10}$
 (3) P 在 z 軸上的正射影為 $(-2, 3, 0)$
 (4) P 到 xy 平面的距離為 1
 (5) P 到原點的距離為 $(-2)^2 + (3)^2 + (1)^2$

11. () 已知空間中有三點 $A(1, 2, 3)$, $B(2, 4, 5)$, $C(3, 4, 3)$ ，若 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{AC}$ 之夾角為 θ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$ (2) $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{5}$ (4) $\theta = 135^\circ$ (5) $\triangle ABC$ 面積 = 6

12. () 設 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 為空間中不平行的三個非零向量， θ 為 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夾角，則下列何者正確？

- (1) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$
 (2) $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$
 (3) 若 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
 (4) 若 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$ ，則 $\vec{a} = \vec{b}$
 (5) $\left| \vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c} \right) \right| = \left| \left(\vec{a} \times \vec{b} \right) \cdot \vec{c} \right|$

三、選填題：(每格 5 分，全對才得分)

甲. 已知 $\triangle ABC$ 中 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=7$, 若 $\triangle ABC$ 內部一點 P 到 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 各邊之距離分別為 x 、 y 、 z ,

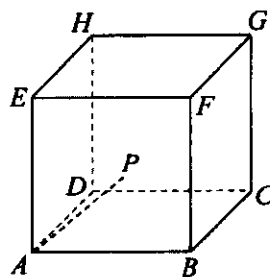
試求 $5x^2+6y^2+7z^2$ 的最小值? ⑬ ⑭

乙. 設 $P(4,3,-1)$, $Q(1,3,2)$, $R(6,1,3)$, 若點 R 關於直線 PQ 的投影點為 A , 求 A 點座標? ⑮, ⑯, ⑰

丙. 如右圖, $ABCD-EFGH$ 為邊長等於 6 的正立方體.

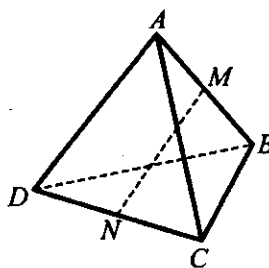
若 P 點在立方體的內部且滿足 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$,

則 P 點到直線 AB 的距離為何? ⑱



丁. 如右圖, 設正四面體 $ABCD$ 的稜長為 $4\sqrt{2}$, 若 $\overline{AB}$ 的中點為 M ,

$\overline{CD}$ 的中點為 N , 則 $\overline{MN} =$ ⑲

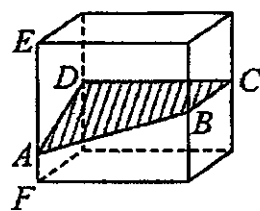


戊. 設 $A(1,2,-1)$, $B(3,-1,2)$, $O(0,0,0)$, 集合 $S = \left\{ P \mid \overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}, -1 \leq \alpha \leq 2, 1 \leq \beta \leq 3 \right\}$, 則在空間座標系中, 集合 S 的

圖形面積為 ⑳ $\sqrt{㉑ ㉒}$

己. 如右圖, 已知正立方體被一平面截出一個四邊形 $ABCD$, 其中 B, D 為所在邊的中點,

且 $\overline{EA}:\overline{AF} = 3:1$; 試求 $\cos(\angle DAB) = \frac{㉓}{㉔ ㉕}$ (請化為最簡分數)

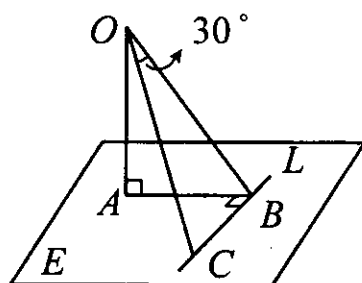


庚. 已知由三向量 $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ 所張出之平行六面體的體積為 15, 求由三向量

$3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{b} + 2\vec{c}$, $2\vec{c} - \vec{a} + 2\vec{b}$ 所張出之平行六面體的體積? ②6 ②7

辛. 如下圖, 設 $\overline{OA} \perp$ 平面 E 於 A , 直線 L 在 E 上, 且 $\overline{AB} \perp L$ 於 B , C 為 L 上一點,

若 $\overline{OA} = 3\sqrt{3}$, $\overline{AB} = 3$, $\angle BOC = 30^\circ$, 求 $\overline{BC}$ 的長度? ②8 $\sqrt{29}$ ②9



桃園市立平鎮高級中學 109學年第2學期 月考一二年級不限組別數學B[20210331200010C00042] 全體考生 試題分析表

題號	題型	題分	標準答案	全體						253						高分組						68						低分組						68						全體答對率	難易指數	鑑別指數
				1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未	1	2	3	4	5	未			
1	單選題	5	4	152	101	0	0	0	0	59	9	0	0	0	0	23	45	0	0	0	0	23	45	0	0	0	0	23	45	0	0	0	0	23	45	0	0	0	0	60.08%	0.603	0.529
2	單選題	5	3	136	115	0	0	0	0	50	18	0	0	0	0	27	40	0	0	0	0	27	40	0	0	0	0	27	40	0	0	0	0	27	40	0	0	0	0	53.75%	0.566	0.338
3	單選題	5	5	168	83	0	0	0	0	64	4	0	0	0	0	18	48	0	0	0	0	18	48	0	0	0	0	18	48	0	0	0	0	18	48	0	0	0	0	66.40%	0.603	0.676
4	單選題	5	2	108	141	0	0	0	0	53	15	0	0	0	0	10	56	0	0	0	0	10	56	0	0	0	0	10	56	0	0	0	0	10	56	0	0	0	0	42.69%	0.463	0.632
5	多重選五	5	14	188	63	106	145	156	1	61	4	20	47	33	0	34	36	38	32	41	1	34	36	38	32	41	1	34	36	38	32	41	1	34	36	38	32	41	1	15.02%	0.184	0.338
6	多重選五	5	125	202	156	74	115	136	0	63	48	9	15	47	0	46	35	30	42	32	0	46	35	30	42	32	0	46	35	30	42	32	0	46	35	30	42	32	0	16.60%	0.221	0.294
7	多重選五	5	34	57	35	179	208	172	0	4	3	61	61	36	0	24	20	42	52	51	0	24	20	42	52	51	0	24	20	42	52	51	0	24	20	42	52	51	0	20.16%	0.235	0.382
8	多重選五	5	1345	208	34	232	80	195	0	61	1	67	29	65	0	52	22	60	17	36	0	52	22	60	17	36	0	52	22	60	17	36	0	52	22	60	17	36	0	17.39%	0.206	0.294
9	題組A	6	13	125	128	0	0	0	0	52	16	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	49.41%	0.493	0.544
11	送分題	6	.	0	217	0	0	0	36	0	66	0	0	0	2	0	48	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0	0	48	0	0	0	0	100.00%	1.000	0.000
12	送分題	0	.	0	217	0	0	0	36	0	66	0	0	0	2	0	47	0	0	0	0	0	47	0	0	0	0	0	47	0	0	0	0	0	47	0	0	0	0	100.00%	1.000	0.000
13	題組C	6	12	191	62	0	0	0	0	67	1	0	0	0	0	28	40	0	0	0	0	28	40	0	0	0	0	28	40	0	0	0	0	28	40	0	0	0	0	75.49%	0.699	0.574
15	題組D	6	305	116	137	0	0	0	0	46	22	0	0	0	0	20	48	0	0	0	0	20	48	0	0	0	0	20	48	0	0	0	0	20	48	0	0	0	0	45.85%	0.485	0.382
18	題組E	6	4	217	36	0	0	0	0	67	1	0	0	0	0	43	25	0	0	0	0	43	25	0	0	0	0	43	25	0	0	0	0	43	25	0	0	0	0	85.77%	0.809	0.353
19	題組F	6	14	134	119	0	0	0	0	64	4	0	0	0	0	7	61	0	0	0	0	7	61	0	0	0	0	7	61	0	0	0	0	7	61	0	0	0	0	52.96%	0.522	0.838
21	題組G	6	21	99	154	0	0	0	0	54	14	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	39.13%	0.426	0.735
23	題組H	6	35	113	140	0	0	0	0	58	10	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	4	64	0	0	0	0	44.66%	0.456	0.794
25	題組I	6	313	150	103	0	0	0	0	63	5	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	15	53	0	0	0	0	59.29%	0.574	0.706
28	題組J	6	510	66	187	0	0	0	0	44	24	0	0	0	0	1	67	0	0	0	0	1	67	0	0	0	0	1	67	0	0	0	0	1	67	0	0	0	0	26.09%	0.331	0.632

選填題或五選項以上各題以 1(或A) 表示作答正確, 2(或B) 表示作答錯誤